



Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Ciencias Físicas
Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos

**Cálculo aerodinámico y simulación fluidodinámica de
un álabe de compresor axial para un turborreactor**

TESIS

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Mecánico de Fluidos

AUTOR

Jimmy MENDOZA MONTALVO

ASESOR

Dr. Miguel Ángel ORMEÑO VALERIANO

Lima, Perú

2019



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Mendoza, J. (2019). *Cálculo aerodinámico y simulación fluidodinámica de un álabe de compresor axial para un turborreactor*. Tesis para optar grado el título profesional de Ingeniero Mecánico de Fluidos. Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

HOJA DE METADATOS COMPLEMENTARIOS

CODIGO ORCID DEL AUTOR: 0000-0001-9573-0222

CODIGO ORCID DEL ASESOR: 0000-0002-4690-5310

DNI: 70443117

GRUPO DE INVESTIGACIÓN: CEDITH

INSTITUCIÓN QUE FINANCIA PARCIAL O TOTALMENTE LA INVESTIGACIÓN:
VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN (VRI-UNMSM)

UBICACIÓN GEOGRÁFICA DONDE SE DESARROLLÓ LA INVESTIGACIÓN. DEBE INCLUIR
LOCALIDADES Y/O COORDENADAS GEOGRÁFICAS:
LATITUD (12° 3' 24" S), LONGITUD (77° 5' 14" O) – DEPARTAMENTO LIMA, PROVINCIA DE
LIMA.

AÑO O RANGO DE AÑOS QUE LA INVESTIGACIÓN ABARCÓ: 2015-2017



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA DE FLUIDOS

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO
PROFESIONAL DE INGENIERO MECANICO DE FLUIDOS
MODALIDAD (M-1)

Siendo las 18:30 horas del jueves 15 de agosto de 2019, en el Auditorio de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos, bajo la presidencia del Dr. Ing. CÉSAR ALEJANDRO QUISPE GONZÁLES y con la asistencia del asesor Dr. Ing. MIGUEL ÁNGEL ORMEÑO VALERIANO, y miembros Mg. Ing. ELMER RAÚL VARGAS RONCAL y MSc. Ing. WILSON EMILIO ALVARADO TORRES de conformidad con la Resolución Rectoral N° 01934-R-02 que aprueba las diferentes modalidades de Titulación Profesional, se dio inicio a la Sesión Pública de Sustentación de Tesis para optar el Título Profesional de Ingeniero Mecánico de Fluidos, del Bachiller:

JIMMY MENDOZA MONTALVO

Dando lectura al Resumen del Expediente, el Presidente del Jurado, invita al Bachiller JIMMY MENDOZA MONTALVO a realizar la Exposición del Trabajo de Tesis titulada: "CÁLCULO AERODINÁMICO Y SIMULACIÓN FLUIDODINÁMICA DE UN ÁLABE DE COMPRESOR AXIAL PARA UN TURBORREACTOR".

Concluida la exposición del candidato y luego de las preguntas de rigor por parte del Jurado, el Presidente del mismo, invitó al Bachiller a abandonar momentáneamente la Sala de Sesión para dar paso a la deliberación y calificación por parte del Jurado.

Al término de la deliberación del Jurado, se invitó al candidato a regresar a la Sala de Sesión, para dar lectura a la calificación obtenida por el Bachiller, la misma que es:

DIECISIETE

17.

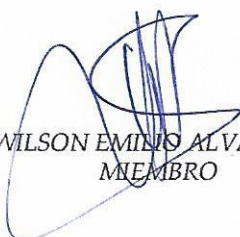
El Presidente del Jurado Dr. Ing. CÉSAR ALEJANDRO QUISPE GONZÁLES, a nombre de la Nación y de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, declaró al Bachiller JIMMY MENDOZA MONTALVO, Ingeniero Mecánico de Fluidos.

Siendo las 20.00 horas del mismo día, se levanta la sesión.


Ing. CÉSAR ALEJANDRO QUISPE GONZÁLES
PRESIDENTE


Dr. Ing. MIGUEL ÁNGEL ORMEÑO VALERIANO
ASESOR


Mg. Ing. ELMER RAÚL VARGAS RONCAL
MIEMBRO


MSc. Ing. WILSON EMILIO ALVARADO TORRES
MIEMBRO

Dedicatoria

A mis padres Mario y Clara, y a mi tía Frida, quienes con su infinito amor y paciencia han sabido encaminar mi formación.

A Esperanza, mi compañera de vida, quien me alienta siempre para continuar y culminar todos mis proyectos.

A mis hermanos, Mario, Yaskha, John y Milton, en quienes confío y deseo lo mejor.

Agradecimientos

A mi asesor, el Dr. Ing. Miguel Ángel Ormeño Valeriano por todo el apoyo brindado para desarrollar el presente trabajo de tesis.

A mis profesores por todo el conocimiento brindado para hacer de mí, un excelente profesional.

Un especial agradecimiento al Dr. Ing. Quino M. Valverde Guzmán, profesor principal de la Sección de Ingeniería Mecánica de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP), por el apoyo brindado para llevar a cabo la tarea de simulación numérica en el Laboratorio del Grupo INACOM.

Al Vicerrectorado de Investigación y a sus programas de investigación. Este trabajo fue financiado con el apoyo del Fondo de Promoción de Trabajo de Tesis de Pregrado del VRI-UNMSM (Código N° 151301097).

Resumen

La turbina de gas actualmente representa un importante elemento dentro de las centrales térmicas, las cuales generan aproximadamente un 60 % de la energía eléctrica producida en todo el mundo. Uno de los principales componentes que conforman esta tecnología es el compresor axial, el cual se encarga de elevar la presión del fluido de trabajo. Este componente tuvo sus mayores avances como consecuencia del desarrollo de la industria aeronáutica. Por esta razón, se implementaron los turborreactores en las aeronaves de aplicación comercial, lo que generó una demanda de diseños de turbinas de gas con mayores eficiencias que logaran reducir el consumo de combustible. En ese sentido, el presente trabajo de tesis pretende explicar la metodología del diseño fluidodinámico de un álabe rotor y estator de una etapa del compresor axial. Se consideró el perfil DCA como base para el diseño tridimensional del cada álabe. Este diseño es evaluado utilizando la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés), la cual confirma la eficacia del diseño presentado. La eficiencia isoentrópica de compresión obtenida mediante simulación numérica fue de 86.20 %, el cual se debe, principalmente, a la selección del tipo de perfil. Se incluye, además, la curva de desempeño de la etapa diseñada para una misma velocidad rotacional. El presente documento de tesis finaliza estableciendo las conclusiones del tema y planteando los trabajos futuros.

Palabras claves— Turborreactor, compresor axial, CFD, diseño de álabe, perfil DCA.

Índice general

Introducción	1
1 Aspectos Preliminares y Planteamientos	3
1.1 Evolución de las Turbinas de Gas	3
1.2 Estado del Arte del Diseño Aerodinámico de los Álabes del Compresor Axial	8
1.3 Consideraciones de la Tesis	15
1.4 Formulación del Problema a Investigar	15
1.5 Definición del Problema	16
1.6 Justificación	16
1.7 Hipótesis	16
1.8 Variables	16
1.8.1 Especificaciones de funcionamiento	16
1.8.2 Parámetros geométricos	16
1.8.3 Parámetros del aire	17
1.9 Limitaciones	17
1.10 Objetivo de la Tesis	17
1.10.1 Objetivo General	17
1.10.2 Objetivos Específicos	17
2 Marco teórico	18
2.1 Turbina de Gas	18
2.1.1 Descripción	18
2.1.2 Componentes de la Turbina de Gas para Propulsión Aérea	19
2.1.3 Compresor Axial	22
2.1.4 Diagrama de Velocidades del Álabes del Compresor Axial	23
2.2 Termodinámica de la Etapa del Compresor Axial	24
2.2.1 Diagrama Entalpía-Entropía	24
2.2.2 Trabajo	26
2.2.3 Eficiencia	26
2.3 Geometría del Álabes	27
2.4 Parámetros Adimensionales	29
2.4.1 Coeficiente de Carga	29
2.4.2 Coeficiente de Flujo	29
2.4.3 Grado de Reacción	29
2.4.4 Relación de Presión	30

2.4.5	Factor de Difusión	30
2.4.6	Número De Haller	31
2.4.7	Solidez	31
2.4.8	Relación de Aspecto	32
2.5	Aerodinámica	32
2.5.1	Coeficientes de Sustentación y Arrastre	32
2.5.2	Número de Mach	33
2.6	Dinámica de Fluidos Computacional	33
2.6.1	Ecuaciones Gobernantes	33
2.6.2	Método de Volúmenes Finitos	34
3	Metodología de Cálculo Aerodinámico del Compresor Axial	36
3.1	Introducción	36
3.2	Parámetros de Diseño	37
3.3	Diseño Preliminar del Compresor Axial	38
3.3.1	Determinación de la geometría de entrada del compresor	38
3.3.2	Determinación de la geometría de salida del compresor	40
3.3.3	Determinación de los ángulos de flujo en la línea media para la 1° etapa	41
3.3.4	Determinación del número de etapas	44
3.3.5	Determinación de los parámetros termodinámicos en cada etapa . . .	46
3.4	Diseño Tridimensional del Álabes de Compresor Axial	49
3.4.1	Diseño de Vórtice	50
3.4.2	Álabes Rotor	53
3.4.3	Álabes Estator	63
4	Simulación Fluidodinámica de la Primera Etapa del Compresor Axial	71
4.1	Introducción	71
4.2	Desarrollo de la Geometría	71
4.3	Mallado de la Geometría	72
4.4	Definición de las Condiciones Iniciales y Determinación de las Condiciones de Frontera. Procesamiento.	75
4.5	Post-Procesamiento de la Simulación Fluidodinámica	79
5	Resultados	81
5.1	Resultados de la Simulación Fluidodinámica del Compresor Axial en el Punto de Diseño	81
5.2	Resultados para Distintos Puntos de Trabajo	91
5.3	Trabajos Futuros	93
	Conclusiones	94
	Recomendaciones	95
	Bibliografía	99

A Relaciones Diversas	100
A.1 Relaciones trigonométricas para el triángulo de velocidades	100
A.2 Expresiones para la determinación de la eficiencia total a total	101
A.3 Expresiones matemáticas que representan la relación entre los triángulos de velocidades y los parámetros ψ , ϕ y R	101
B Programas elaborados	103
B.1 Programa para el cálculo de las variables termodinámicas y de la geometría del compresor axial	103
B.2 Función para el cálculo de los parámetros de los modelos empíricos de Aungier (Aungier, 2003)	111
B.3 Programa para el cálculo de la geometría del álabe rotor y estator de la primera etapa del compresor axial	112
C Documento de autorización de uso de software ANSYS en las instalacio- nes de la Pontificia Universidad Católica del Perú	122

Índice de tablas

Tabla 1.1.1	Cronología del desarrollo de las turbinas de gas.	7
Tabla 2.3.1	Nomenclatura de la cascada de álabes.	28
Tabla 3.2.1	Parámetros de entrada para el diseño del compresor axial.	37
Tabla 3.3.1	Resultados correspondientes a la línea media de la 1° etapa.	44
Tabla 3.3.2	Factor de disminución de trabajo en cada etapa.	46
Tabla 3.3.3	Resultados de parámetros termodinámicos en cada etapa.	47
Tabla 3.4.1	Resultados para la determinación de la geometría del álabe rotor. . .	61
Tabla 3.4.2	Resultados para la determinación de la geometría del álabe estator. .	67
Tabla 4.3.1	Tabla de propiedades y resultados sobre el mallado del álabe rotor y estator.	73
Tabla 4.4.1	Parámetros establecidos para la simulación.	75
Tabla 5.1.1	Resultados para diversos refinamientos de malla	81
Tabla 5.2.1	Resultados para distintos puntos de trabajo.	91

Índice de figuras

Figura 1.1.1	Eolípila de Herón. Fuente: El-Sayed (2008)	4
Figura 1.1.2	Turborreactor patentado por Frank Whittle. Fuente: Rolls-Royce (1986)	5
Figura 1.1.3	Réplica del turborreactor Heinkel HeS-3B seccionado. Fuente: Deutsches Museum, Múnich.	6
Figura 1.1.4	El primer avión de propulsión a chorro del mundo, el Heinkel He-178, accionado por el turborreactor He-S3B. Fuente: Mattingly and Von Ohain (2006)	8
Figura 1.1.5	Primera turbina de gas industrial instalada en Neuchâtel, Suiza. Fuente: Eckardt and Rufli (2001)	8
Figura 1.1.6	Rolls-Royce W2B (Welland). Fuente: Museum of Army Flying, Inglaterra.	9
Figura 1.2.1	Ejemplo de malla computacional para un compresor axial de 6 etapas. Fuente: Gallimore (1999)	10
Figura 1.2.2	Modificación de la forma del álabe estator: antes y después (izquierda). Contornos de número de Mach en dirección axial a la salida del estator: antes y después (derecha). Fuente: Lee and Kim (2000)	12
Figura 1.2.3	Izquierda: ranura de succión en el estator. Centro: Líneas de corriente sin la tecnología de succión de la capa límite. Derecha: Líneas de corriente con la tecnología de succión de la capa límite. Fuente: Xiao-qing et al. (2008)	14
Figura 1.2.4	Diagrama de flujo de energía para una etapa de compresor axial. Fuente: Gallimore (1999)	14
Figura 2.1.1	Funcionamiento del turborreactor. Fuente: Rolls-Royce (1986)	18
Figura 2.1.2	Difusor subsónico (izquierda). Fuente: Greatrix (2012) . Difusor supersónico (derecha). Fuente: El-Sayed (2016)	19
Figura 2.1.3	Compresor centrífugo (izquierda). Fuente: Rolls-Royce (1986) . Compresor axial (derecha). Fuente: Greatrix (2012)	19
Figura 2.1.4	Cámara de combustión anular (izquierda) y cámara de combustión tubular (derecha). Fuente: Rolls-Royce (1986)	20
Figura 2.1.5	Turbina axial. Fuente: Dixon and Hall (2014)	20
Figura 2.1.6	Cámara de post-combustión. Fuente: Rolls-Royce (1986)	21
Figura 2.1.7	Tobera subsónica (izquierda) y tobera supersónica con geometría variable y mecanismo para el direccionamiento del chorro (derecha). Fuente: Greatrix (2012)	21

Figura 2.1.8	Distribución axial de presión y velocidad en un compresor axial. Fuente: El-Sayed (2008)	22
Figura 2.1.9	Características de operación de un compresor. Fuente: Boyce (2012)	23
Figura 2.1.10	Diagrama de velocidades del álabe del compresor axial. Fuente: Yahya (2002)	24
Figura 2.2.1	Diagrama de Entalpía-Entropía. Fuente: Yahya (2002)	25
Figura 2.3.1	Cascada de Álabe. Fuente: Dixon and Hall (2014)	27
Figura 2.4.1	Distribución de velocidades en una cascada de álabe cerca del punto de mínima pérdida. Fuente: Dixon and Hall (2014)	31
Figura 3.3.1	Perfil de velocidades para las 4 primeras etapas de un compresor axial. Fuente: Howell (1945)	45
Figura 3.3.2	Variación de la temperatura total y estática en cada etapa. Fuente: Propia.	47
Figura 3.3.3	Variación de la relación de presión en cada etapa. Fuente: Propia.	48
Figura 3.3.4	Variación de la presión total y estática en cada etapa. Fuente: Propia.	48
Figura 3.3.5	Variación de la densidad total y estática en cada etapa. Fuente: Propia.	48
Figura 3.3.6	Variación del radio de la carcasa y del cubo en cada etapa. Fuente: Propia.	49
Figura 3.4.1	Superficies de corriente cilíndricas ψ a través de un álabe. Fuente: Propia.	50
Figura 3.4.2	Variación del grado de reacción a lo largo de la envergadura del álabe. Fuente: Propia.	53
Figura 3.4.3	Perfil de velocidades tangenciales en la salida de la primera fila rotora. Fuente: Propia.	53
Figura 3.4.4	Resultados experimentales sobre el efecto el número de Reynolds en la pérdida de presión total y en el ángulo de salida de flujo. Fuente: Farokhi (2014)	54
Figura 3.4.5	Número de Reynolds a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.	55
Figura 3.4.6	Factor de difusión a lo largo de la envergadura del álabe para diversos $^{\circ}R$. Fuente: Propia.	56
Figura 3.4.7	Número de Mach de entrada a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.	56
Figura 3.4.8	Parámetros del perfil DCA. Fuente: Aungier (2003)	57
Figura 3.4.9	Ángulo de curvatura a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.	60
Figura 3.4.10	Ángulo de incidencia de diseño a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.	60
Figura 3.4.11	Ángulo de desviación a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.	60
Figura 3.4.12	Ángulo de calado a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.	61

Figura 3.4.13	Desarrollo del álabe rotor. Perfiles radiales desde el cubo hasta la carcasa. Fuente: Propia.	62
Figura 3.4.14	Geometría tridimensional del álabe rotor. Fuente: Propia.	62
Figura 3.4.15	Número de Reynolds de entrada a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	63
Figura 3.4.16	Factor de difusión a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	64
Figura 3.4.17	Número de Mach a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	64
Figura 3.4.18	Ángulo de curvatura a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	65
Figura 3.4.19	Ángulo de incidencia de diseño a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	66
Figura 3.4.20	Ángulo de desviación a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	66
Figura 3.4.21	Ángulo de calado a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.	66
Figura 3.4.22	Desarrollo del álabe estator. Perfiles radiales desde el cubo hasta la carcasa. Fuente: Propia.	68
Figura 3.4.23	Geometría tridimensional del álabe estator. Fuente: Propia.	68
Figura 3.4.24	Modelo 3D de la primera fila rotora del compresor axial. Fuente: Propia.	69
Figura 3.4.25	Modelo 3D de la primera fila estatora del compresor axial. Fuente: Propia.	69
Figura 3.4.26	Modelo 3D de la primera etapa del compresor axial. Fuente: Propia.	70
Figura 4.2.1	Geometría del álabe rotor. Fuente: Propia.	72
Figura 4.2.2	Geometría del álabe estator. Fuente: Propia.	72
Figura 4.3.1	Mallado del álabe rotor. Fuente: Propia.	74
Figura 4.3.2	Mallado del álabe estator. Fuente: Propia.	74
Figura 4.4.1	Residuales de las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía. Fuente: Propia.	77
Figura 4.4.2	Convergencia de las relaciones de presión y temperatura. Fuente: Propia.	77
Figura 4.4.3	Convergencia de la eficiencia isoentrópica en la etapa. Fuente: Propia.	78
Figura 4.4.4	Convergencia del flujo másico en el compresor axial. Fuente: Propia.	78
Figura 4.5.1	Geometría analizada. Fuente: Propia.	79
Figura 4.5.2	Líneas de corriente 3D en la holgura radial del rotor y estator. Fuente: Propia.	79
Figura 4.5.3	Presión total a lo largo de la superficie correspondiente a un radio del 25 %, 50 % y 75 % de la envergadura de los álabes rotores y estatores. Fuente: Propia.	80
Figura 5.1.1	Variación de los resultados con respecto al refinamiento de la malla. Fuente: Propia.	82

Figura 5.1.2	Vórtice en la holgura radial del rotor y el estator. Fuente: Propia. . .	82
Figura 5.1.3	Líneas de corriente en la mitad de la envergadura del álabe. Fuente: Propia.	83
Figura 5.1.4	Líneas de corriente para una envergadura de 25 %, 50 % y 75 %. Fuente: Propia.	84
Figura 5.1.5	Presión total para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.	85
Figura 5.1.6	Temperatura total para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.	85
Figura 5.1.7	Densidad para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.	86
Figura 5.1.8	Número de Mach para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.	86
Figura 5.1.9	Presión total en el plano meridional. Fuente: Propia.	87
Figura 5.1.10	Temperatura total en el plano meridional. Fuente: Propia.	87
Figura 5.1.11	Densidad en el plano meridional. Fuente: Propia.	88
Figura 5.1.12	Número de Mach en el plano meridional. Fuente: Propia.	88
Figura 5.1.13	Velocidad en la superficie del álabe rotor (adyacente a la capa límite). Fuente: Propia.	89
Figura 5.1.14	Presión en la superficie del álabe rotor. Fuente: Propia.	89
Figura 5.1.15	Presión total en la superficie de los álabes. Fuente: Propia.	90
Figura 5.1.16	Temperatura total en la superficie de los álabes. Fuente: Propia. . .	90
Figura 5.2.1	Curva de desempeño de la primera etapa del compresor axial diseñado. Fuente: Propia.	92

Introducción

La turbina de gas representa una de las principales tecnologías desarrolladas en los últimos 100 años, puesto que gracias a ella se ha elevado el potencial energético mundial. Evidencia de ello son las centrales térmicas donde se utilizan las turbinas de gas para suministrar potencia en el eje mediante la cual se acciona un generador de corriente eléctrica. En ese sentido, se han evocado estudios para el mejoramiento en la eficiencia de cada componente que permita minimizar las pérdidas de energía.

Uno de los principales componentes que conforman esta tecnología es el compresor axial, el cual se encarga de elevar la presión del fluido del trabajo. Sin embargo, un gran problema presentado durante la compresión, son los gradientes de presión adversos los cuales favorecen la separación de la capa límite de velocidad. Es debido a ello, que se realizaron diversos estudios sobre el diseño de álabes de compresor axial con el objeto de atenuar las pérdidas de energía producto de un desprendimiento de la capa límite.

Los mayores avances en diseño de compresores axiales se produjeron como consecuencia del desarrollo de la industria aeronáutica con aplicaciones militares. La idea de generar energía eléctrica fue adoptada para la generación de empuje que permitiera impulsar las aeronaves de guerra. Es así que se presentaron los primeros vuelos accionados por turborreactores durante la segunda guerra mundial.

Como consecuencia se implementaron turborreactores en las aeronaves con aplicación comercial. De esta manera, se incrementó la demanda de diseños de turbinas de gas con mayores eficiencias que lograran reducir el consumo de combustible. En ese aspecto, se mejoró el diseño aerodinámico tanto de los álabes del compresor axial como de la turbina de gas.

Por tal motivo, el presente trabajo de tesis se centra en el diseño aerodinámico del álabe del compresor axial que permita lograr eficazmente las especificaciones de diseño de un turborreactor con aplicación aérea.

En el primer capítulo se presentan los aspectos preliminares y los planteamientos de la tesis. Se hace una revisión general acerca de la evolución de la turbina de gas y se realiza una revisión del estado del arte respecto del diseño aerodinámico de los álabes el compresor axial. En este capítulo se incluyen los estudios sobre la optimización de los mismos. El capítulo culmina señalando las consideraciones de la tesis y el planteamiento de los objetivos generales y específicos.

En el segundo capítulo se describe el proceso de funcionamiento de una turbina de gas,

así como los componentes de esta. De igual modo, se realiza una descripción de todos los conceptos fundamentales utilizados en el diseño de los álabes. Además, se explica brevemente la dinámica de fluidos computacional (CFD), herramienta con la cual se evaluará el desempeño de la etapa diseñada.

La metodología del diseño preliminar del compresor axial es presentada en el tercer capítulo. En ella se calcula los triángulos de velocidades, el número de etapas y la geometría del compresor. Luego, se explica a detalle el proceso de diseño tridimensional del álabe rotor y estator correspondiente a la primera etapa de la turbomáquina. Usando los perfiles calculados a lo largo de la envergadura de los álabes, se realiza el diseño CAD.

En el cuarto capítulo se explica la construcción del dominio computacional y la exportación al software CFD comercial *Ansys-CFX*. Se definen, además, las condiciones iniciales, condiciones de frontera y parámetros del solucionador que garantizan la convergencia de la solución numérica. Se explica, como parte final del capítulo, la etapa de post-procesamiento.

En el quinto capítulo se presentan los resultados, los cuales verifican el cumplimiento de las especificaciones de funcionamiento. Se discute, además, la influencia del refinamiento de la malla en la solución numérica. Adicionalmente, se muestra la evaluación de la etapa en distintos puntos de trabajo para una misma velocidad rotacional. Este resultado es expresado en la curva de funcionamiento de la primera etapa del compresor axial. Asimismo, en la parte final del capítulo, se establecen los trabajos futuros sobre el tema.

En las últimas secciones del trabajo de tesis, se presentan las conclusiones, así como las recomendaciones sobre el trabajo de tesis. Se incluye, también, las referencias bibliográficas revisadas y anexos que se utilizaron en el presente documento.

Capítulo 1

Aspectos Preliminares y Planteamientos

1.1. Evolución de las Turbinas de Gas

Las turbinas de gas actualmente representan un importante elemento dentro de las centrales térmicas, las cuales generan aproximadamente un 60 % de la energía eléctrica producida en todo el mundo ([Kehlhofer et al., 2009](#)). Sin embargo, fue el creciente desarrollo de los turboreactores para la propulsión aérea lo que favoreció en gran medida su adaptación en aplicaciones industriales culminada la Segunda Guerra Mundial.

En términos generales, la turbina de gas es un motor diseñado para convertir la energía de un combustible en una forma de energía útil, como energía mecánica o como impulso a alta velocidad de un chorro ([Bathie, 2002](#)). De acuerdo con esta definición, el presente trabajo de tesis se centra en las turbinas de gas cuya aplicación es el accionamiento de las aeronaves. Para ello, es necesario realizar una revisión de la evolución de esta tecnología a través del tiempo.

El precursor más temprano de este tipo de mecanismo fue construido por Herón de Alejandría en el año 130 a.C. y el cual usó la reacción de dos chorros de vapor en un par de toberas de posiciones opuestas situadas en una esfera conectada a una caldera de vapor para generar el movimiento de dicha esfera alrededor de un eje (ver Figura 1.1.1). Este movimiento producido por la expansión del gas caliente sería crucial tanto en el desarrollo de las turbinas de vapor como de las turbinas de gas.

En 1791, el inglés John Barber obtuvo la primera patente de invención donde describió los elementos clave de toda turbina de gas moderna. No obstante, se desconoce la construcción de un modelo bajo esta patente. Durante el siglo siguiente se realizaron prototipos los cuales fracasaron, empero, en este tiempo se realizaron algunos progresos ([Giampaolo, 2006](#)). Es así que, en 1808, John Dumball observó la necesidad de una etapa estacionaria entre etapas rotatorias, originándose el concepto de la turbina de flujo axial. De otro lado, Bresson planteó el uso de un ventilador para adicionar aire en la cámara de combustión con el fin de enfriar



Figura 1.1.1: Eolípila de Herón. Fuente: [El-Sayed \(2008\)](#).

los gases producto de la combustión. Esta idea fue la base del enfriamiento por aire utilizado actualmente en los álabes de las turbinas axiales. De manera análoga, en 1850, Fernimough sugirió la aplicación de vapor a los gases producto de la combustión para disminuir su temperatura antes del ingreso a la turbina axial. Esto fue la base de los sistemas de inyección de agua para el aumento de la potencia y más adelante para el control de los óxidos de nitrógeno (NO_x).

Utilizando las ideas de Barber y Dumball, en 1872, el ingeniero alemán Franz Stolze publicó el diseño de una moderna turbina de gas que consistió de un compresor de flujo axial multietápico, una cámara de combustión y una turbina axial multietápica la cual accionaba el compresor, además de un regenerador que aprovechaba los gases de escape para recalentar la descarga de aire del compresor. Este diseño no fue contruido sino hasta 1900, sin embargo, las pruebas resultaron decepcionantes pues, el compresor y la turbina axial no alcanzaban el 80 % de eficiencia necesaria para garantizar la operación continua del turborreactor ([Breeze, 2016](#)).

La primera turbina de gas con operación sostenida fue construida por el ingeniero noruego Aegidius Elling y fue demostrado en 1903. Esta turbina producía una potencia neta de 8 kW con una temperatura de entrada de 400°C y una velocidad de 20 000 RPM. Asimismo, la primera turbina de gas económicamente práctica fue construida y probada en Hannover por el alemán Hans Holzwarth, la cual funcionaba mediante una combustión intermitente.

La Primera Guerra Mundial demostró el potencial de las aeronaves como un arma militar efectiva. A pesar de ello, los avances permitían construir solo aviones ligeros y pequeños debido al diseño del motor de pistón a gasolina utilizado en la época. Mientras que para este tiempo la idea de la turbina de gas para aviación era descartada debido a las grandes dimensiones y peso del mismo, se utilizaba un motor a pistón turbocargado el cual predominó durante la Segunda Guerra Mundial ([Giampaolo, 2006](#)).

Tres décadas más tarde, la compañía suiza BBC Brown Boveri comenzó a fabricar compresores axiales y turbinas sobrealimentadoras de vapor. Al mismo tiempo, en 1930, el inglés Frank Whittle obtuvo su primera patente sobre un turborreactor cuyo diseño utilizaba un compresor

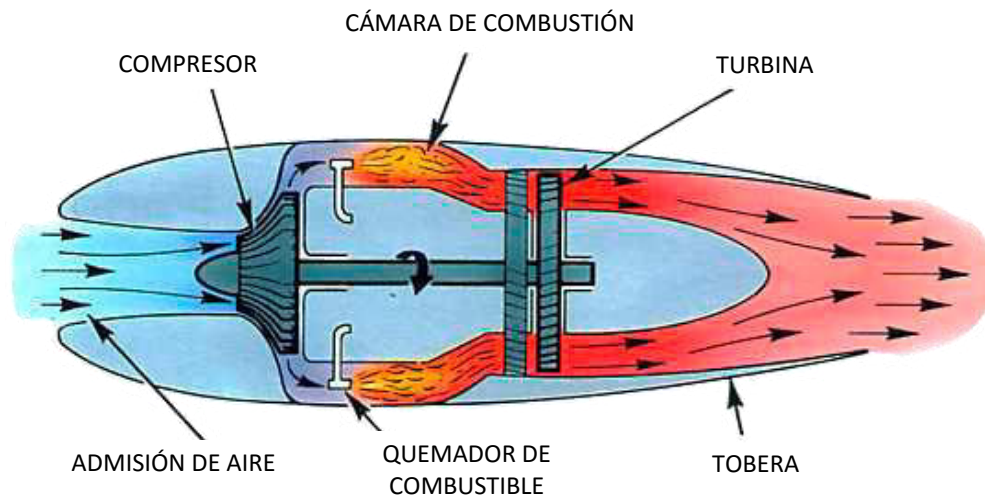


Figura 1.1.2: Turborreactor patentado por Frank Whittle. Fuente: [Rolls-Royce \(1986\)](#).

centrífugo (ver Figura 1.1.2). Durante estas tres décadas los avances se vieron obstaculizados principalmente por las capacidades de fabricación y la disponibilidad de materiales con resistencia a las altas temperaturas y esfuerzos para ser utilizados en los componentes tales como el compresor, la cámara de combustión y la turbina ([Giampaolo, 2006](#)).

Hasta el momento se habían realizado grandes progresos para la fabricación de las turbinas de gas con aplicación en la generación de energía eléctrica, cuando en 1935 el alemán Hans von Ohain interesado en las turbinas de gas para propulsión aérea obtuvo patentes sobre un turborreactor con compresor centrífugo. Esto hizo que la compañía Ernst Heinkel A.G. lo contratara para iniciar los trabajos de fabricación del primer turborreactor para vuelos la cual finalizó sus pruebas en 1939 ([Bathie, 2002](#)). Durante ese periodo, Alemania realizaba otros trabajos, mediante la compañía Junkers Airplane y bajo la dirección de Herbert Wagner, para la fabricación de un turborreactor incorporando un compresor de flujo axial. La gran ventaja de este componente fue la reducción en el diámetro y en el peso total del turborreactor culminada su fabricación en 1938. En la Figura 1.1.3., se muestra una réplica del turborreactor en mención ubicado en el Deutsches Museum, Múnich.

En agosto de 1939 se realizó, en Alemania, el primer vuelo de un avión con turborreactor, el He-178 (ver Figura 1.1.4), impulsado por la turbina HeS-3B. Luego de esta hazaña Alemania desarrollaba, a fines de ese año, el turborreactor axial 004 a través de la Junkers, el turborreactor axial más avanzado 003 por medio de la compañía Bramo, y el 001 y 006 mediante la compañía Ernst Heinkel A.G.

Los avances en la tecnología para la aplicación estacionaria no se limitaron puesto que, en el mismo año, la Brown Boveri colocó la primera turbina de gas industrial (ver Figura 1.1.5) dentro de una central eléctrica como unidad de generación en Neuchâtel, Suiza, marcándose así el nacimiento de una nueva tecnología de generación de energía eléctrica ([Breeze, 2016](#)). Esta central térmica contaba con 4 MW de potencia y una eficiencia de 17.4 %, así como una velocidad de 3 000 RPM y una temperatura de 550°C en la entrada de la turbina, además, las pruebas de aceptación fueron supervisadas por el especialista en el campo de las máquinas

térmicas, el Prof. Aurel Stodola ([Van Der Linden, 1988](#)).

En 1941, en Inglaterra, la compañía Power Jets con Whittle en la dirección fabricó el turborreactor W1 con compresor axial para luego montarlo en avión Gloucester F38/39 con la consecuente proeza del primer vuelo de un turborreactor inglés. De manera paralela, la compañía Rolls Royce se encontraba desarrollando el turborreactor W2B, más adelante conocido como el Welland (ver Figura 1.1.6), el mismo que permitiría el vuelo del Meteor. Asimismo, la compañía Metropolitan Vickers fabricó, conjuntamente con la RAE, el turborreactor F-2 cuyo sistema incorporaba un compresor axial, consiguiendo el vuelo exitoso de la versión modificada del Meteor dos años más tarde ([Bathie, 2002](#)).

Todo esto ocurrió en secreto antes y durante la Segunda Guerra Mundial, lo que refleja el hecho de que el vuelo de propulsión a chorro jugó un papel destacado en la maquinaria de guerra de ambos bandos. Además, vale la pena señalar que en Inglaterra y Alemania se desarrollaron las configuraciones de los primeros motores a reacción con diseños de compresores radiales; sin embargo, Alemania logró corregir este desvío, es decir, la necesaria transición hacia un diseño de un turborreactor totalmente axial mucho más rápido ([Eckardt and Rufli, 2001](#)).

Por otro lado, en Estados Unidos, la General Electric recibió el motor WIX y el diseño del turborreactor W2B por parte de la compañía inglesa Power Jets. Tras varias modificaciones mecánicas se consiguió probar el primer motor conocido como el motor 1. Gracias a esto, se realizó modificaciones a otro motor con denominación I-A para con ello lograr el primer vuelo norteamericano utilizando la aeronave Bell P-59A en 1942.

Con lo anteriormente mencionado se elaborará un cuadro cronológico tal como se muestra en la Tabla 1.1.1 en el cual se mencionan los acontecimientos más trascendentales durante el desarrollo de la turbina de gas. Cabe resaltar que fue el diseño del compresor axial la pieza clave que permitió la realización exitosa de los turborreactores para propulsión aérea, lográndose incrementar la relación de presión de 2.5:1 en 1900, 5:1 en 1940, 15:1 en 1960 hasta valores actuales de aproximadamente 40:1 ([Breeze, 2016](#)).

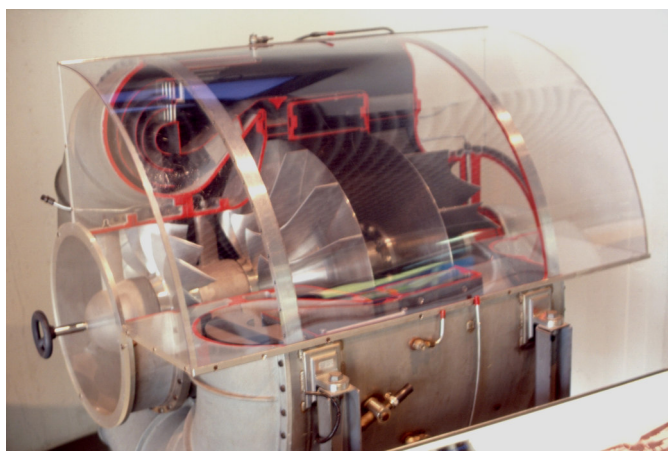


Figura 1.1.3: Réplica del turborreactor Heinkel HeS-3B seccionado. Fuente: Deutsches Museum, Múnich.

Tabla 1.1.1: Cronología del desarrollo de las turbinas de gas.

Año	Nombre	País	Invencción
130aC	Herón de Alejandría	Egipto	Eolípila, máquina de vapor.
1791	John Barber	Inglaterra	Primera patente de una turbina de gas.
1837	M. Bresson	Francia	Uso de aire para la refrigeración de los gases de combustión.
1850	Fernimough	Inglaterra	Uso de vapor para la refrigeración de los gases de combustión.
1872	Franz Stolze	Alemania	Patente de turborreactor con compresor axial.
1900	Franz Stolze	Francia	Primera turbina de gas construida sin resultados exitosos.
1903	Aegidius Elling	Noruega	Primera turbina de gas con operación sostenida.
1908	Hans Holzwarth	Alemania	Primera turbina económicamente práctica.
1930	Compañía Brown Boveri	Suiza	Se comenzó a contruir compresores y turbinas axiales.
1930	Frank Whittle	Inglaterra	Patente de turborreactor con compresor centrífugo.
1935	Hans von Ohain	Alemania	Patente de turborreactor con compresor centrífugo para propulsión aérea.
1936	Alan Griffith y Hayne Constant	Inglaterra	Se inició los trabajos de construcción y prueba de compresores axiales.
1937	Hans von Ohain	Alemania	Se contruye la turbina de gas HeS-3B (con compresor centrífugo).
1938	Herbert Wagner	Alemania	Se contruye la turbina de gas con compresor axial.
1939	Hans von Ohain	Alemania	Primer vuelo de un avión, el He-178, con turbina de gas (HeS-3B).
1939	Compañía Junkers	Alemania	Fabricación de turbinas de gas axiales 004 y 003.
1939	Compañía Heinkel	Alemania	Fabricación de turbina de gas 001 (centrífugo) y 006 (axial).
1941	Compañía Power Jets Ltd	Inglaterra	Vuelo del avión Gloucester F28/39 con turborreactor W1.
1942	Compañía General Electric	USA	Primer vuelo de un avión norteamericano, el Bell P-59A, con turbina de gas I-A.
1943	Compañía Rolls Royce	Inglaterra	Vuelo del avión Meteor con turborreactor W2B (Welland).
1967	Compañía Rolls Royce	Inglaterra	Primer motor turboventilador de tres ejes.

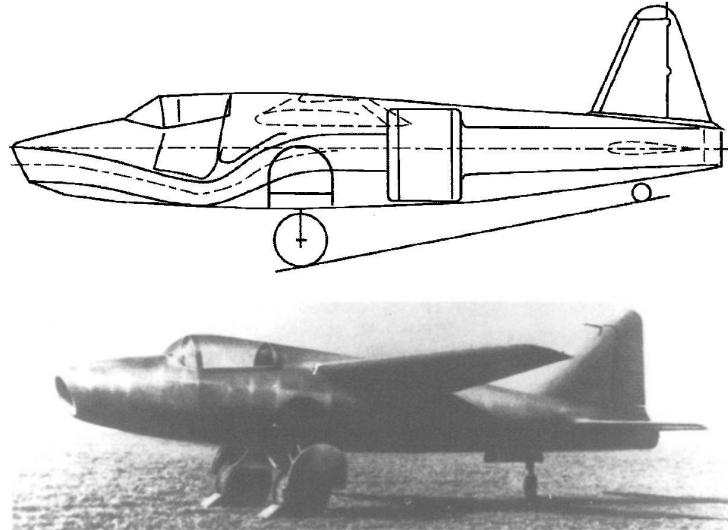


Figura 1.1.4: El primer avión de propulsión a chorro del mundo, el Heinkel He-178, accionado por el turborreactor He-S3B. Fuente: [Mattingly and Von Ohain \(2006\)](#).

Culminamos esta sección señalando la importancia del vertiginoso avance de los ordenadores que permitió el diseño de estas máquinas, así como su control y diagnóstico de fallos.

1.2. Estado del Arte del Diseño Aerodinámico de los Álabes del Compresor Axial

El avance tecnológico del turborreactor continuó en ascenso por medio de estudios sobre la mejora de cada componente en términos de incremento de eficiencia, reducción del peso, aumento de la resistencia de los materiales a las elevadas temperaturas y otros aspectos. Estos componentes fueron objeto de estudio a lo largo del tiempo y su progreso se dio de manera equiparable. En tal sentido, la presente sección ilustra los avances más relevantes en materia del diseño aerodinámico del compresor axial.

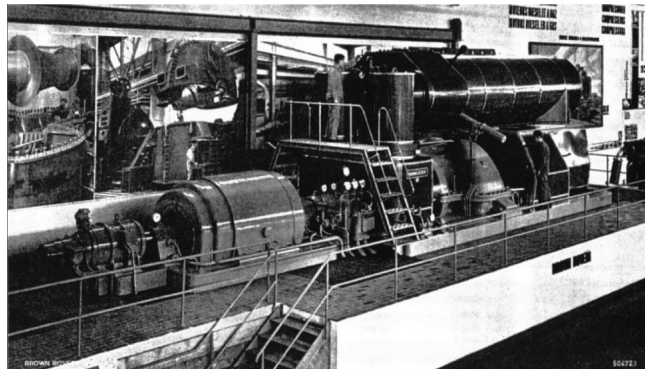


Figura 1.1.5: Primera turbina de gas industrial instalada en Neuchâtel, Suiza. Fuente: [Eckardt and Ruffi \(2001\)](#).

Uno de los primeros trabajos relacionados con el diseño de compresores axiales fue presentado por Raily (1961), quien menciona que utilizando la teoría de equilibrio radial simple del flujo en los bordes de fuga de los álabes rotores, el flujo tiende a un estado el cual es denominado “flujo constante definitivo” (del inglés *ultimate steady flow*) después de dos etapas. Por este motivo, Raily indica que el diseño de la tercera etapa debe realizarse utilizando esta suposición.

En la primera parte del mencionado estudio se utiliza un diseño extremadamente simple denominado teoría del disco actuador, comparándose con una solución más exacta de las ecuaciones basadas en un enfoque de equilibrio radial. Ambos resultados son comparados con un conjunto de resultados experimentales. En la segunda parte, se discute la validez de estas suposiciones respecto al flujo constante definitivo. Se muestra, además, que el comportamiento global de estas etapas de entrada depende de la relación entre de la longitud y holgura axial de la fila de álabes. Así, para pequeños valores de esta relación, el flujo tiende lentamente al estado constante, pero para pequeños valores de la luz axial el estado constante es alcanzado virtualmente en la tercera etapa.

Se discute, también, la influencia de la holgura y el número de álabes, mostrándose que el tratamiento de la máquina multietápica se reduce al tratamiento separado de la primera etapa (vanos guía más un rotor y un estator) más el tratamiento del flujo constante definitivo de la tercera etapa. El cálculo exacto del disco actuador, para el caso de holgura axial nula, muestra que el flujo definitivo constante se alcanza en la tercera etapa. Por otra parte, los cálculos de disco actuador con infinita relación de aspecto (relación entre la altura y la cuerda del álabes) revelan un comportamiento diferente de lo anteriormente descrito pues, de acuerdo a ello, el flujo constante definitivo no se alcanza.

En este mismo estudio, el autor señala que para propósitos de diseño los cálculos exactos demandan un tratamiento separado de la primera etapa, y que la segunda etapa muestra distribuciones de velocidad cercanas al flujo constante definitivo a diferencia de la primera. Como resultado adicional, Raily utilizó el método del equilibrio radial modificado para contrastar los resultados del método del disco actuador, observando que cerca de las paredes anulares la distribución de presión estática tiene la misma pendiente que la distribución

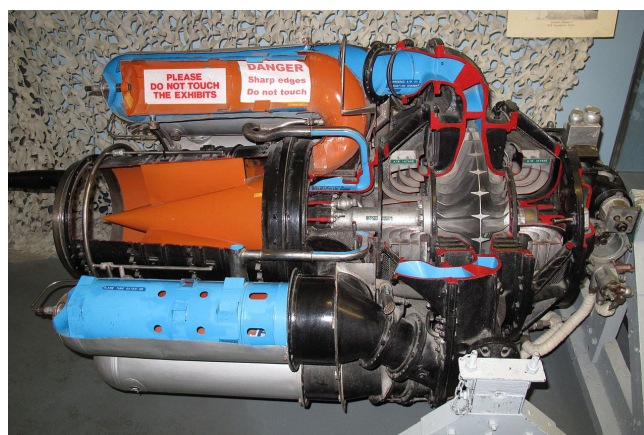


Figura 1.1.6: Rolls-Royce W2B (Welland). Fuente: Museum of Army Flying, Inglaterra.

obtenida mediante el método de equilibrio radial simple.

Por otro lado, Gallimore (1999) presenta una descripción de las principales características existentes en el complejo campo fluido del compresor de flujo axial multietápico, señalando que el flujo a través del compresor axial puede ser categorizado como no estacionario, tridimensional y dominado por los efectos viscosos. En este reporte, el autor establece 4 etapas en el proceso de diseño de esta turbomáquina: diseño preliminar, diseño del paso del flujo, diseño bidimensional de los álabes y diseño tridimensional de los mismos.

En la primera etapa se define el esquema básico del compresor como las líneas anulares, el número de etapas y la longitud total. De acuerdo con el autor, esta etapa es la más crucial, pues, de cometerse errores tales como un reducido número de etapas o una longitud muy corta, entonces, ningún cambio posterior en la geometría de los álabes o el número de los mismos será capaz de rectificar la situación. Las entradas básicas para el diseño son los requerimientos de capacidad de flujo, relación de presión, eficiencia y margen de sobrecarga del compresor (*surge*). La herramienta que trata con esta primera parte del diseño es el método de la línea media, el cual asume un flujo estacionario, no viscoso y unidimensional. Utilizando este método, se resuelve iterativamente los triángulos de velocidades a través del compresor hasta encontrar la forma anular, el número de etapas, el número de álabes y los ángulos de flujo los cuales sean considerados satisfactorios.

En la segunda parte del proceso de diseño, calificado por Gallimore como el diseño del flujo a través de compresor, se incluyen los efectos de la capa límite en las paredes extremas mediante la especificación del bloqueo y pérdida extra en los cálculos. Esto conduce a predicciones de las cargas en los extremos del álabe, perfiles de velocidad axiales, etc., debido a los efectos del equilibrio radial y de la curvatura de la línea de corriente.

Para la tercera parte, se define el álabe con el cual se intenta lograr el ángulo de aire diseñado. En parte del proceso se calcula la sección de incidencia, desviación y los parámetros de la capa límite. Por último, en la cuarta etapa, se revisan diversos métodos para evaluar el diseño tridimensional. Uno de ellos utiliza la técnica de rejilla superpuesta para modelar las filas de

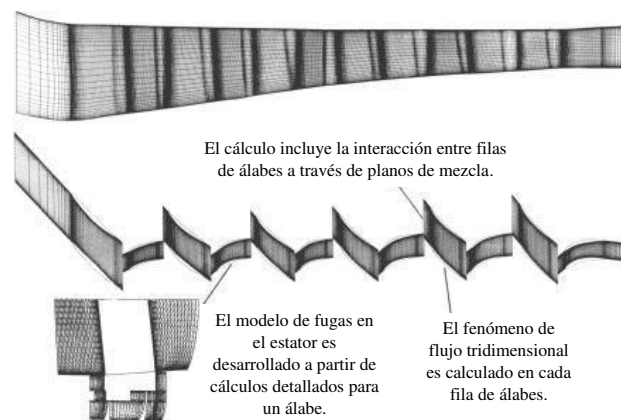


Figura 1.2.1: Ejemplo de malla computacional para un compresor axial de 6 etapas. Fuente: Gallimore (1999).

álabes aguas arriba y aguas abajo. Otro método utiliza el enfoque simple de plano de mezcla (*mixing plane*) en el cual se simula sólo un alabe por fila tomándose en cuenta la interacción que existe entre los álabes a través de planos contiguos (ver Figura 1.2.1).

La literatura proporciona investigaciones acerca de la optimización de los álabes del compresor. Uno de ellos es el realizado por Lee and Kim (2000), quienes utiliza técnicas de optimización numérica combinadas con un solucionador de las ecuaciones de Navier-Stokes para encontrar una forma óptima del alabe estator en un compresor axial mediante cálculos en una etapa rotor-estator. Para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de la energía, utilizó una malla ajustada a la forma del contorno (*body-fitted*) y un esquema de diferencias finitas explícito, despreciando los términos viscosos excepto dentro de la capa límite la cual estimó. El modelo de turbulencia aplicado fue el modelo Baldwin-Lomax. Utilizó, además, el esquema de Runge-Kutta explícito para ir de la condición inicial al estado estacionario con un paso de tiempo determinado y realizando una variación espacial para acelerar la convergencia.

El estudio tomó como parámetros de entrada el número de Mach, la presión total y la temperatura total de ingreso, así como la relación de presión estática en el eje (*hub*), con lo cual se resolvió la ecuación de equilibrio radial a lo largo de la envergadura del alabe. Asimismo, con el fin de tomar en cuenta los efectos del flujo tridimensional, se estableció optimizar el diseño del borde de ataque (*stacking line*) del estator. De esta manera se estableció el problema de optimización numérica expresado por (1.1).

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x) \\ &\text{sujeto a: } x_i^1 < x_i < x_i^n, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Donde $f(x)$ es la función objetivo definida anteriormente y x_i^1, x_i^n son los límites inferior y superior de las variables de diseño. La dirección de búsqueda fue inicialmente encontrada mediante el método del descenso más rápido y subsecuentemente utilizando el método del gradiente conjugado. De manera simultánea se utilizó el método de la sección dorada para determinar la distancia óptima del movimiento a lo largo de la dirección de búsqueda. Finalmente, el criterio de convergencia fue basado en la norma de la gradiente de la función objetivo, para lo cual se optó por la eficiencia en la etapa. De esta manera, la función objetivo quedó expresado por (1.2).

$$f = 1 - \eta \quad (1.2)$$

Donde,

$$\eta = \frac{\left(\frac{P_{0salida}}{P_{0entrada}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{0salida}}{T_{0entrada}} - 1} \quad (1.3)$$

De acuerdo a los resultados el álabe estator fue modificado significativamente tal como se aprecia en la Figura 1.2.2, donde el borde de ataque del álabe estator es curvado. Mediante el mismo se redujo el efecto de la estela, una de las pérdidas dominantes, cerca de la carcasa. Además, se incrementó la eficiencia en 1.1 % elevándose la relación de presión en el rotor y estator. Por otro lado, se hizo hincapié en que no se ha considerado la optimización del rango de operación, pues los compresores deben permitir un amplio rango de trabajo dentro de la curva de operación.

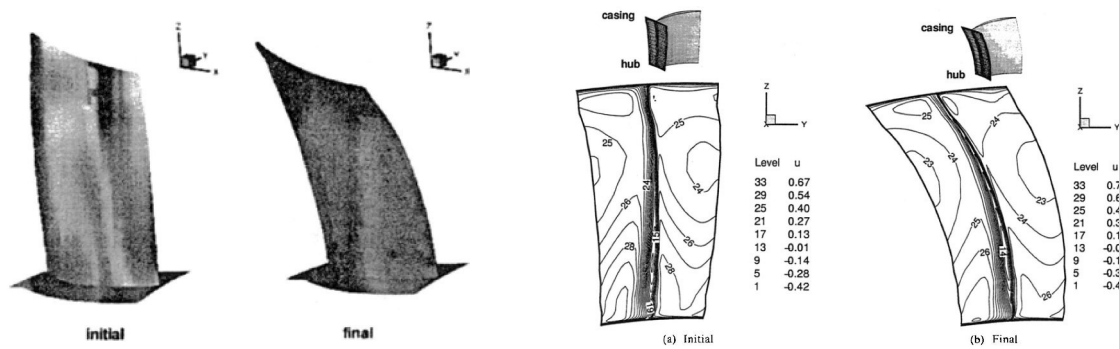


Figura 1.2.2: Modificación de la forma del álabe estator: antes y después (izquierda). Contornos de número de Mach en dirección axial a la salida del estator: antes y después (derecha). Fuente: [Lee and Kim \(2000\)](#).

Por otro lado, se describe un caso de aplicación del diseño aerodinámico del álabe. El mismo fue dirigido por [Wadia et al. \(1999\)](#) y el cual tuvo por objetivo el incremento de la potencia de una turbina de gas aeroderivada LM2500+, cuya aplicación es la generación de energía. El reporte describe el diseño aerodinámico y desarrollo de un compresor de elevada relación de presión (23:3:1) para la turbina de gas en mención. Los requerimientos no fueron tan rigurosos como en el caso de aplicaciones militares, pues para éste último caso es necesario un buen rendimiento en diversos puntos de operación tales como para el despegue, aterrizaje, velocidad crucero, etc.

Para este caso de aplicación industrial, se esperó que el compresor tuviera una buena eficiencia sobre un rango de velocidades. Se requirió, para tal fin, un incremento de potencia de 31 200 a 39 000 SHP (potencia en el eje) lo cual se tradujo en el incremento del flujo de aire en 23 %. Dicho aumento fue logrado añadiendo una etapa en la parte delantera (rotor 0 y stator 0) y rediseñando la primera etapa original, todo ello utilizando métodos computacionales tridimensionales. Adicionalmente, se diseñó un vano guía de entrada el cual entregó la distribución de giro requerida por el álabe de la etapa 0. Las pruebas de funcionamiento del compresor mostraron el incremento de la eficiencia politrópica del 88.9 al 91 % y el incremento de la relación de presión de 18.8 a 23.3.

En el año 2002, [Larosiliere et al. \(2002\)](#), mediante la NASA, publican un reporte acerca del estudio del diseño aerodinámico de compresores axiales multietápicos avanzados, y cuyo contenido se dividió en dos secciones. En la primera, se describe un diseño aerodinámico preliminar con una configuración de 4 etapas en el contexto de la práctica actual. En esta sección, se realiza una simulación CFD de una fila de álabes aislada para proporcionar alguna

orientación con el fin de afinar la forma del álabe. En la segunda parte del documento, se realiza el diseño de 2 de las 4 etapas utilizando su herramienta INV3D. Para esto, utiliza el método de diseño inverso que define un álabe rotor transónico avanzado. Los resultados muestran el rol crítico de este método e ilustran el rendimiento alcanzable usando un enfoque evolucionario mediante la dinámica de fluidos computacional avanzada para turbomáquinas.

Más tarde, [Chen et al. \(2005\)](#) desarrollaron un programa de optimización del diseño de una etapa de compresor de flujo axial subsónico aplicando técnicas numéricas al algoritmo de simulación. Entre las variables de diseño establecidas se tuvo el diámetro del cubo (*hub*), la altura del álabe y la longitud de cuerda del álabe rotor y estator. A diferencia de Lee, no solo consideró maximizar la eficiencia de la etapa, sino también maximizar el margen de operación antes de la entrada en pérdida (*stall*) y minimizar el peso de la etapa. Este algoritmo de optimización consideró diversas restricciones entre las cuales figuraron el diámetro del cubo, la velocidad de flujo axial y la velocidad rotacional del álabe rotor. Este modelo representa un problema de programación no lineal el cual fue resuelto mediante una técnica de minimización denominada SUMT. De acuerdo al autor, esta técnica ha sido exitosamente usado en muchos problemas para la optimización del diseño de turbomaquinarias.

Dos años después, [Xiaoqing et al. \(2008\)](#) propusieron un concepto de diseño basado en la tecnología de la aspiración de la capa límite. La finalidad del estudio fue elevar la relación de presión en una etapa (rotor-estator), lo cual se puede lograr mediante dos opciones: la primera es elevar la velocidad rotacional, y la segunda es incrementar el ángulo de giro del álabe. Sin embargo, el autor señala que debido a la restricción en materiales y pérdidas por ondas de choque no es posible aplicar la primera opción. Asimismo, indica que la segunda opción es aceptable, pero con un grado de reacción normal en el rotor que conduciría a una continua separación de la capa límite en el lado de succión y una baja eficiencia debido al crecimiento de la gradiente de presión adversa.

La idea principal radicaba en que mientras se incrementaba el ángulo geométrico de giro en el álabe rotor para aumentar la capacidad de carga, se adoptaría un grado de reacción bajo para eliminar la separación de la capa límite permitiendo la operación con alta eficiencia. Este concepto resultaría en el incremento del ángulo de giro del álabe estator, lo que hacía necesario el uso de la tecnología de aspiración de la capa límite en estos álabes para restringir la separación de la misma. La Figura 1.2.3 presenta la propuesta de implementación de la tecnología de aspiración de la capa límite, así como los notables resultados en la distribución de las líneas de corriente.

La ventaja del concepto propuesto por Xiaoqing fue el notable incremento de la relación de presión y la baja complejidad de la estructura de la aspiración de la capa límite debido a que es adoptada solo para los álabes estatores. Sin embargo, los factores limitantes en este concepto fueron: el ligero bajo número de Mach en la salida del rotor, el ángulo de pre-rotación del rotor y método de control de la separación en la cascada estacionaria.

Para el año 2009, [Moreira et al. \(2009\)](#) desarrollaron un paquete para el software *Mathematica* sobre el diseño aerodinámico preliminar de un compresor de flujo axial multietápico basado en la teoría de la aerodinámica para turbomáquinas. El programa toma como datos de entrada

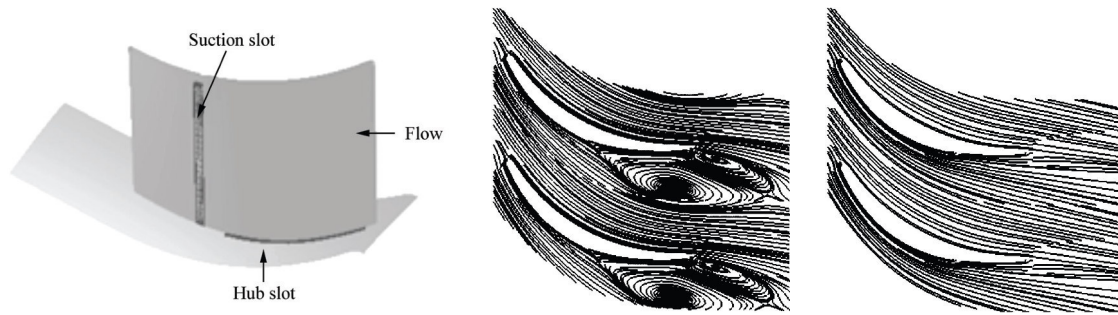


Figura 1.2.3: Izquierda: ranura de succión en el estator. Centro: Líneas de corriente sin la tecnología de succión de la capa límite. Derecha: Líneas de corriente con la tecnología de succión de la capa límite. Fuente: [Xiaoqing et al. \(2008\)](#).

el flujo másico, la relación de presión y propiedades del gas. Mediante dicha información procede a calcular el número de etapas y, seguidamente calcula el diámetro de la carcaza (*shroud*), del cubo (*hub*) y el diámetro medio utilizando, además, los datos de coeficientes de carga, coeficiente de flujo y grado de reacción. Posteriormente, se determinan los triángulos de velocidades para cada etapa, proponiendo, además, el uso de modelos empíricos para calcular

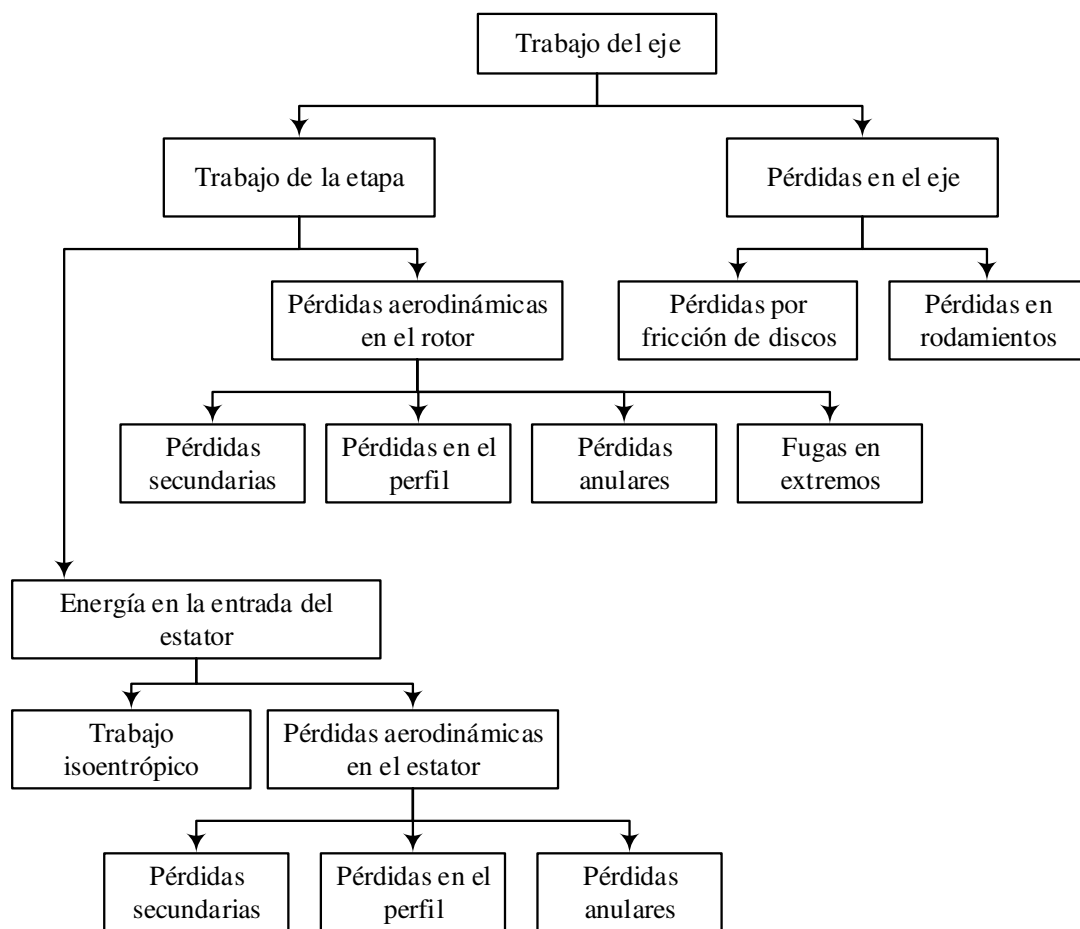


Figura 1.2.4: Diagrama de flujo de energía para una etapa de compresor axial. Fuente: [Gallimore \(1999\)](#).

los ángulos de incidencia y desviación, así como para el cálculo del ángulo de ataque.

Este algoritmo fue mejorado en el software Visual Basic, al cual se añadió el desarrollo de la geometría 3D utilizando la metodología de Dixon. Para ello, se empleó el perfil aerodinámico británico C4 y se calculó la variación radial del ángulo del escalonamiento y de curvatura.

De manera análoga, [Jaiswal and Joshi \(2009\)](#) elaboraron un estudio cuyo objetivo fue el diseño del compresor axial utilizando el método de la línea media para un flujo másico y relación de presión dados. Los parámetros que determinó fueron: propiedades termodinámicas del fluido de trabajo, eficiencia de la etapa, número de álabes, diámetros del *hub* y *tip*, dimensiones de álabes, números de Mach, así como el ángulo del flujo y del álabes. El perfil aerodinámico empleado para el diseño tridimensional fue el NACA 65410. Adicionalmente, se utilizó el software Ansys CFX para validar los resultados de la primera etapa y también se realizó un análisis estático de la estructura mecánica para revisar la seguridad del rotor a una velocidad dada.

Uno de los últimos estudios examinados fue el de [Raval and Virani \(2014\)](#), quienes realizaron una revisión de los métodos utilizados para el diseño de compresores axiales. En este trabajo resalta el diagrama del flujo de energía donde se indica el orden de pérdida de energía correspondiente a 100 unidades de energía suministrada al eje (ver Figura 1.2.4).

1.3. Consideraciones de la Tesis

Con el propósito de mostrar el creciente desarrollo referente al diseño aerodinámico del compresor axial se presentó, en la sección anterior, los estudios realizados hasta el momento. De esta manera, empleando el marco teórico concierne a la dinámica de este tipo de turbomaquinaria, el presente trabajo de tesis pretende explicar el diseño preliminar que permita satisfacer condiciones de operación específicas. Para ello, se realizarán los cálculos considerando la propulsión aérea como aplicación, más específicamente, un turborreactor a ser utilizado en una aeronave comercial de vuelo subsónico.

Como parte fundamental, se considera en el diseño tridimensional del álabes de compresor axial, el diseño de un álabes rotor y un álabes estator, los mismos que componen una etapa. Para evaluar el desempeño de la etapa, se llevará a cabo una simulación fluidodinámica en régimen estacionario con la cual se validará el diseño propuesto.

1.4. Formulación del Problema a Investigar

El elemento principal del compresor es el álabes, pues es a través de este elemento que dicha turbomáquina comprime el fluido de trabajo mediante la aceleración del fluido y la consecuente difusión del mismo. Esto permite obtener una mayor cantidad de aire, en el caso de un turborreactor para aviación, por medio de un escalón con determinado diámetro y un mínimo número de etapas. En ese sentido, el problema a investigar en el presente trabajo de tesis es el diseño del álabes, el cual debe obtener elevadas eficiencias a lo largo del rango de operación.

1.5. Definición del Problema

En el trabajo de tesis se ha desarrollado el problema del diseño de un álabe de compresor axial para un turborreactor bajo una condición de operación. Específicamente, se realizó el diseño de la primera etapa, constituida por un álabe rotor y un álabe estator, de un compresor axial que no presenta un seccionamiento, es decir, no se divide a la turbomáquina como compresor de baja, compresor intermedio y compresor de alta, característico de turborreactores con elevada relación de presión. Para dar solución al mencionado problema se analizó las variables termodinámicas y se evaluaron los parámetros relacionados al perfil del álabe que permitió satisfacer especificaciones de funcionamiento del turborreactor, tales como el flujo másico, la relación de presión y el número de Mach.

1.6. Justificación

En la actualidad el diseño de compresores implica, como toda máquina, obtener un mayor rendimiento del mismo y sobre todo un diseño que permita generar altas relaciones de presión. Esto conlleva a realizar estudios sobre las formas complejas de los álabes en el compresor axial, para su diseño y construcción. Por ello se consideró en el desarrollo del trabajo de tesis, los siguientes puntos: diseño preliminar del compresor axial, diseño tridimensional del álabe y simulación fluidodinámica de una etapa del compresor axial.

1.7. Hipótesis

El rendimiento del compresor axial para un turborreactor se define en gran medida por el diseño aerodinámico de la forma del álabe y para ello se utilizan las herramientas de ingeniería como la dinámica de fluidos computacional (CFD). Esto permite un diseño adecuado que evite generar problemas en estos equipos, como por ejemplo inestabilidad aerodinámica.

1.8. Variables

1.8.1. Especificaciones de funcionamiento

- Flujo másico: 30kg/s
- Relación de presión: 9
- Número de Mach de entrada: 0.5

1.8.2. Parámetros geométricos

- Relación radio cubo a radio carcasa

- Factor de disminución de trabajo
- Factor de bloqueo
- Solidez
- Juego radial del álabe rotor
- Juego radial del álabe estator

1.8.3. Parámetros del aire

- Presión total
- Temperatura total

1.9. Limitaciones

En el trabajo de tesis no se dispuso de información sobre pruebas experimentales de turbinas, ya que esta información se encuentra reservada por los fabricantes de turbinas de gas de aviación comercial. La validación de los cálculos analíticos se realizó mediante herramientas de simulación computacional, las cuales se utilizan en la fabricación de equipos con el objeto de reducir costos por pruebas experimentales.

1.10. Objetivo de la Tesis

1.10.1. Objetivo General

De acuerdo a lo previamente expuesto y empleando los conceptos estudiados, el trabajo de tesis presenta el siguiente *objetivo general*:

“Realizar el cálculo aerodinámico y la simulación fluidodinámica de un álabe de compresor axial para un turborreactor.”

1.10.2. Objetivos Específicos

Los *objetivos específicos* que contribuyen a alcanzar el objetivo general del trabajo son:

- Realizar el diseño preliminar de un compresor axial.
- Seleccionar el perfil aerodinámico que garantice una operación con pérdidas mínimas para la fila de álabes rotores y estatores.
- Evaluar el diseño tridimensional de la primera etapa del compresor axial utilizando un software CFD.
- Analizar los resultados del diseño final de la primera etapa.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Turbina de Gas

2.1.1. Descripción

La turbina de gas es esencialmente un motor térmico en el cual se usa el aire como fluido de trabajo para la generación de energía mecánica en el eje o para proporcionar impulso mediante un chorro a alta velocidad. Para lograr ello, el aire es tomado por el difusor de admisión y enviado hacia el compresor donde se realiza el incremento de energía de presión. Se añade, más tarde, energía térmica mediante la aplicación de un combustible dentro de la cámara de combustión y se aprovecha, posteriormente, esta energía para el accionamiento del compresor y principalmente para su conversión en potencia mecánica como es el caso de los turborreactores estacionarios, o en energía cinética en forma de chorro a elevada velocidad, utilizado para el impulso de las aeronaves en el caso de los turborreactores de propulsión aérea. Como se mencionó en el capítulo anterior, el presente trabajo de tesis estará enfocado en los turborreactores con esta última aplicación.

La Figura 2.1.1 muestra el flujo a través de un turborreactor, indicándose además los procesos principales anteriormente descritos. Los distintos tipos de turborreactores son consecuencia de adicionar componentes en la entrada y escape al generador de gas ([Bathie, 2002](#)).

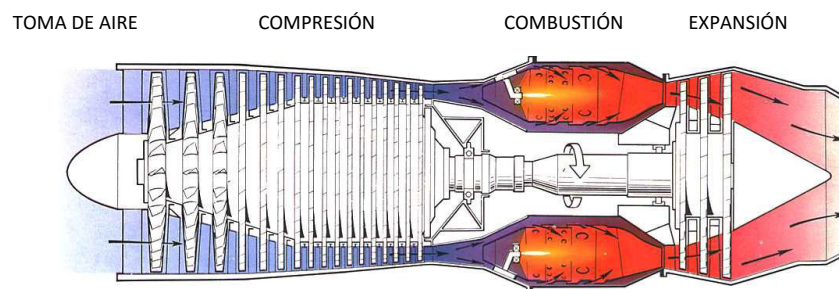


Figura 2.1.1: Funcionamiento del turborreactor. Fuente: [Rolls-Royce \(1986\)](#).

2.1.2. Componentes de la Turbina de Gas para Propulsión Aérea

Difusor de Admisión

El difusor de admisión está cuidadosamente diseñado para asegurar que la entrada de aire alcance el compresor bajo condiciones deseadas. Para el caso del *difusor subsónico*, a bajas velocidades el aire es succionado desde condiciones atmosféricas, y a altas velocidades es desacelerado hasta un número de Mach de aproximadamente 0.55, con un aumento de presión estática antes de alcanzar el compresor (Torenbeek and Wittenberg, 2009). El difusor debe garantizar un correcto ingreso del aire con pérdidas mínimas de presión total y a su vez debe evitarse la separación de la capa límite, pues esto afectaría el rendimiento del compresor. Por otro lado, el diseño del *difusor supersónico* permitirá el aumento de la presión a través de un sistema de ondas de choque en la entrada, seguido del producido por la difusión subsónica en el resto del conducto (Cohen et al., 1987). La Figura 2.1.2 muestra los dos tipos de difusores.



Figura 2.1.2: Difusor subsónico (izquierda). Fuente: Greatrix (2012). Difusor supersónico (derecha). Fuente: El-Sayed (2016).

Compresor

El compresor es el encargado de proporcionar al turborreactor un alto volumen de aire a una elevada presión. Existen dos tipos de compresores para los turborreactores, estos son los compresores *centrífugos* y *axiales* (ver Figura 2.1.3). El compresor axial se utiliza principalmente en aplicaciones de media y alta potencia, mientras que el compresor centrífugo se utiliza en aplicaciones de baja potencia (Giampaolo, 2006).

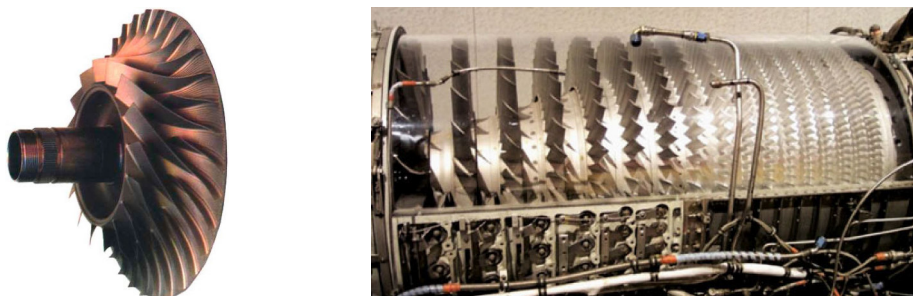


Figura 2.1.3: Compresor centrífugo (izquierda). Fuente: Rolls-Royce (1986). Compresor axial (derecha). Fuente: Greatrix (2012).

Cámara de Combustión

En la cámara de combustión se queman grandes cantidades de combustible, suministrados a través de boquillas de pulverización de combustible, con amplios volúmenes de aire entregado por el compresor. Por medio de la combustión se añade energía al fluido de trabajo de tal manera que el aire se expanda y acelere uniformemente hasta alcanzar condiciones requeridas por la turbina. Este proceso se debe llevar a cabo con una pérdida mínima de presión y con la máxima liberación de calor para el limitado espacio disponible (Rolls-Royce, 1986). Los tipos principales de este componente son las cámaras de combustión *anulares* y *tubulares* (ver Figura 2.1.4).

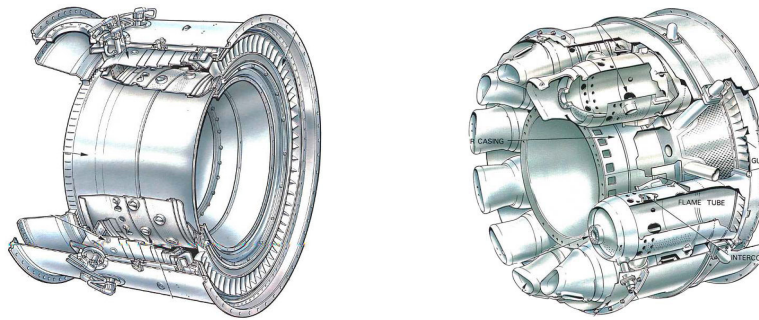


Figura 2.1.4: Cámara de combustión anular (izquierda) y cámara de combustión tubular (derecha). Fuente: Rolls-Royce (1986).

Turbina

La Turbina es una turbomáquina utilizada para convertir la energía cinética de los gases de expansión, que son expulsados en la cámara de combustión, en energía mecánica para el accionamiento del compresor y ciertos accesorios; y, en el caso de turborreactores que no utilizan únicamente un chorro para la propulsión, de proporcionar potencia en el eje para una hélice o un generador eléctrico. Existen, al igual que el compresor, dos tipos de turbinas las cuales son *centrífugas* y *axiales*. La mayoría de los turborreactores para aplicación estacionaria y para propulsión aérea emplean las turbinas de flujo axial (El-Sayed, 2016), la misma que se aprecia en la Figura 2.1.5.

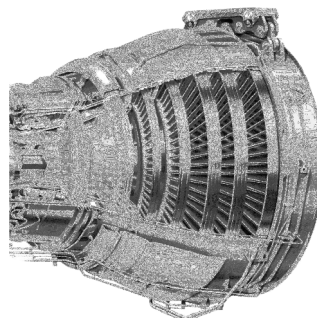


Figura 2.1.5: Turbina axial. Fuente: Dixon and Hall (2014).

Cámara de Post-Combustión

La post-combustión o recalentamiento es un método para aumentar el empuje base de un turboreactor con el objeto de mejorar el despegue y ascenso de la aeronave, así como para mejorar el rendimiento de combate en el caso de las aeronaves militares. Ello consiste en realizar una combustión secundaria en una cámara de post-combustión ubicada a continuación de la turbina axial, lo cual es posible debido a la presencia de oxígeno en los gases obtenidos en la combustión principal. Sin embargo, se debe utilizar un motor más grande (ver Figura 2.1.6) lo que involucra un aumento en el peso, en el área frontal y en el consumo total de combustible, por lo que la post-combustión ofrece el mejor método de aumento del empuje solo por periodos cortos ([Rolls-Royce, 1986](#)).

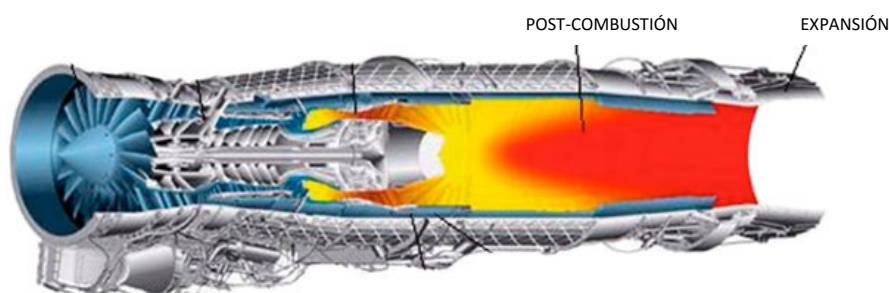


Figura 2.1.6: Cámara de post-combustión. Fuente: [Rolls-Royce \(1986\)](#).

Tobera de Escape

Las aeronaves subsónicas que emplean turboreactores utilizan comúnmente una tobera de escape convergente para permitir una expansión suave a partir de la salida de la turbina axial. Para el vuelo supersónico se utiliza una tobera convergente-divergente con el fin de expandir el flujo de escape hasta un valor supersónico y proporcionar un perfil de flujo más uniforme a la salida de la tobera de expansión (ver Figura 2.1.7). Existen toberas que poseen una geometría de salida variable y, como en el caso de algunas aeronaves de combate, es posible que estas toberas posean mecanismos de direccionamiento del chorro. Esto último produce una variación en el flujo másico lo cual puede evitar problemas en el compresor por operación fuera del punto de diseño ([Greatrix, 2012](#)).

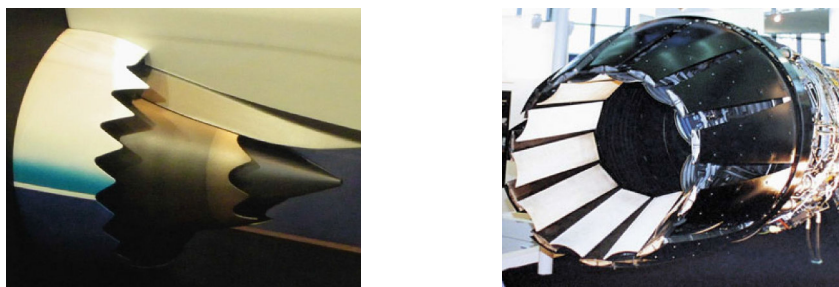


Figura 2.1.7: Tobera subsónica (izquierda) y tobera supersónica con geometría variable y mecanismo para el direccionamiento del chorro (derecha). Fuente: [Greatrix \(2012\)](#).

2.1.3. Compresor Axial

El compresor axial es el componente de la turbina de gas objeto de estudio en el presente trabajo de tesis. Esta turbomáquina comprime el fluido de trabajo mediante su aceleración y consecuente difusión, obteniendo así un incremento de presión. El mecanismo de aceleración esta dado por las filas de álabes rotatorios, mientras que el mecanismo de difusión, por filas de álabes estacionarios. La difusión en el estator convierte la energía de velocidad obtenida por la etapa rotatoria, en energía de presión (ver Figura 2.1.8). La etapa del compresor axial, el cual será diseñada en el siguiente capítulo del presente documento, está conformada por una fila de álabes estatores y una fila de álabes rotores, siendo usual que dicho compresor este conformado por múltiples etapas. Frecuentemente se utiliza una fila de álabes fijos en la entrada del compresor para asegurar el ángulo deseado de flujo hacia la primera fila de álabes rotores. De manera similar, se incluye un difusor en la salida del compresor para controlar la velocidad de ingreso del fluido a la cámara de combustión (Boyce, 2012).

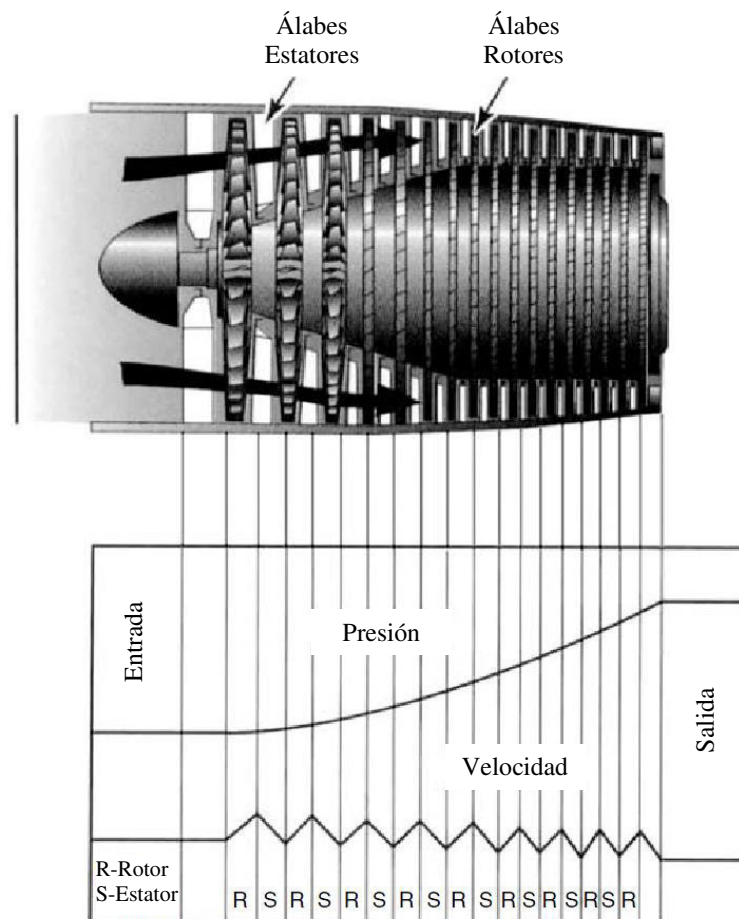


Figura 2.1.8: Distribución axial de presión y velocidad en un compresor axial. Fuente: El-Sayed (2008).

La Figura 2.1.9 representa la curva característica de un compresor. En ella se observa la curva de operación a una determinada revolución (línea de velocidad). Esta línea es acotada superiormente por la línea de “bombeo” o “sobrecarga” (*surge*), situación en la cual la dirección del flujo se invierte. Dicha figura exhibe, además, el rango de operación de un compresor

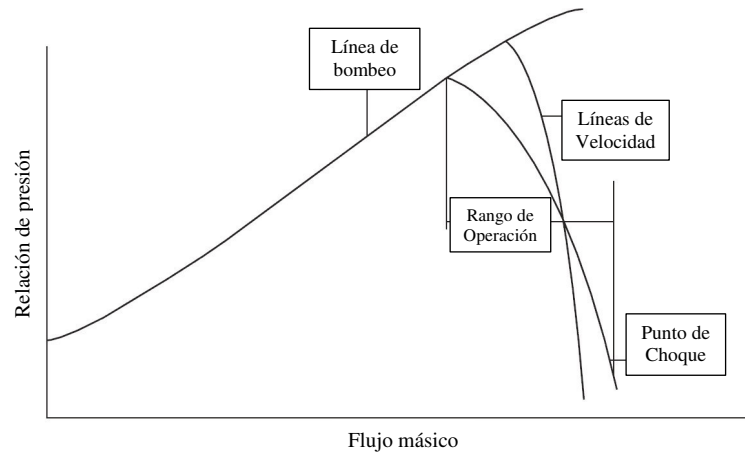


Figura 2.1.9: Características de operación de un compresor. Fuente: [Boyce \(2012\)](#).

axial, que está limitado por el punto de sobrecarga y el punto de choque o bloqueo. Cuando ocurre el fenómeno de sobrecarga todas las fuerzas que están actuando en el compresor, especialmente las fuerzas de empuje, pueden conducir a la destrucción del compresor, por lo que debe evitarse este fenómeno. Asimismo, el punto de choque se da cuando el flujo alcanza un número de Mach igual a 1, en esta situación el compresor se bloquea y no admite más flujo ([Boyce, 2012](#)).

2.1.4. Diagrama de Velocidades del Álabes del Compresor Axial

El mecanismo de aceleración y difusión previamente descrito es logrado a través de la determinación del diagrama de velocidades. Este diagrama indica la magnitud y dirección de la velocidad absoluta, relativa y tangencial del flujo a través de los álabes, siendo una pieza clave para el diseño de los mismos. La Figura 2.1.10 muestra los triángulos de velocidades para una etapa del compresor axial.

En términos generales, el aire entra en el álabes rotor con una velocidad absoluta c_1 y un ángulo α_1 medido desde la dirección axial, experimentando una rotación a una velocidad U . El aire pasa a través los pasajes divergentes formados por los álabes rotores y sale de los mismos con velocidad absoluta c_2 y un ángulo α_2 . Debido a que el trabajo es realizado por el aire en los álabes rotores, la velocidad c_2 es mayor que c_1 . Por otro lado, la velocidad tangencial de los álabes rotores genera una velocidad relativa w_1 con un ángulo β_1 . De manera análoga, se origina la velocidad relativa w_2 con un ángulo β_2 en el flujo de salida del álabes rotor. Se aprecia, también, que la velocidad w_2 es menor que w_1 , lo cual manifiesta que la difusión de la velocidad relativa tuvo lugar con un incremento de presión en el pasaje de álabes rotores ([Gorla and Khan, 2003](#)). Finalmente, el álabes estator desvía el flujo hacia el eje, provocando una velocidad absoluta de salida c_3 a un ángulo α_3 . Para etapas normales en un compresor axial multietápico, las velocidades absolutas en la entrada y salida de la etapa son iguales, así como los ángulos de entrada y salida de la etapa, esto es $c_3 = c_1$ y $\alpha_3 = \alpha_1$ ([Dixon and Hall, 2014](#)).

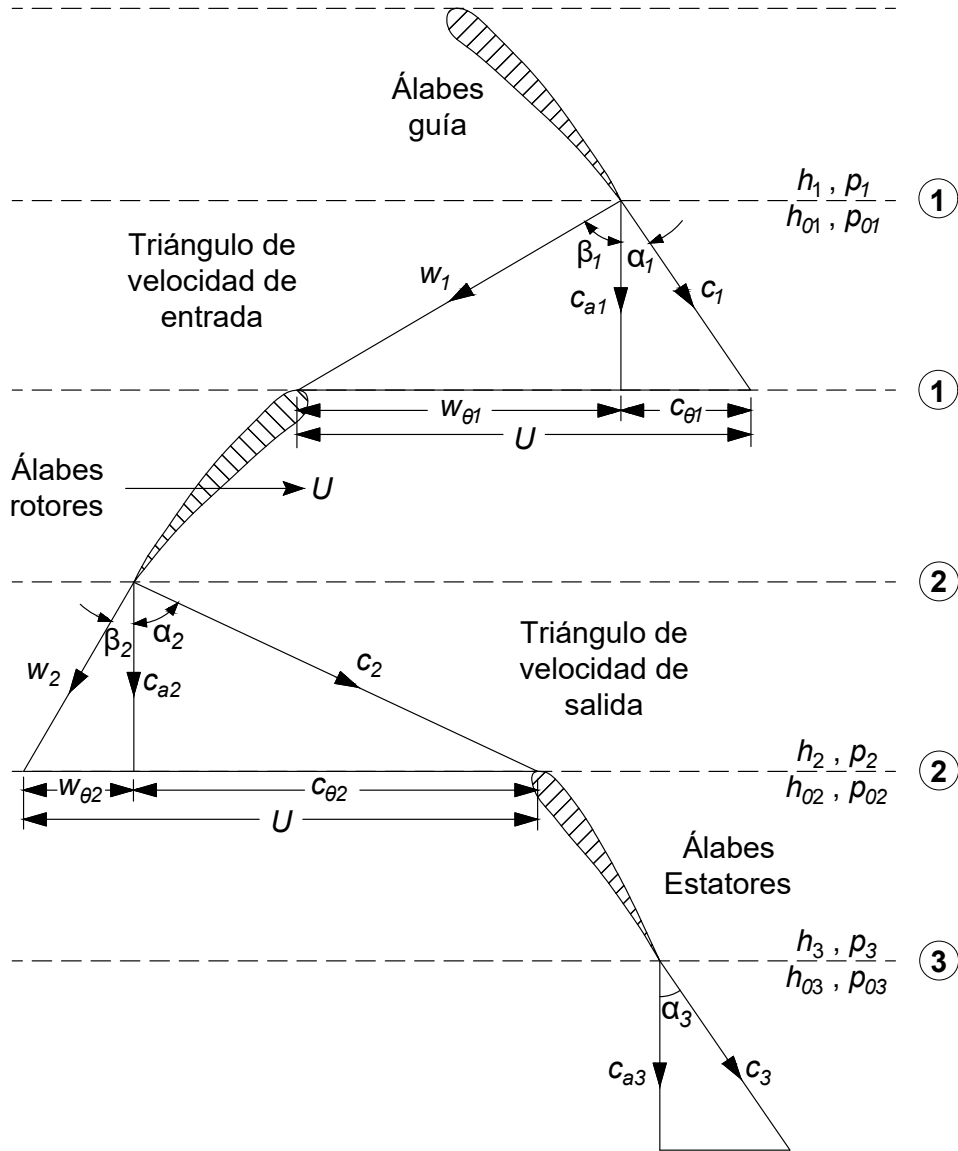


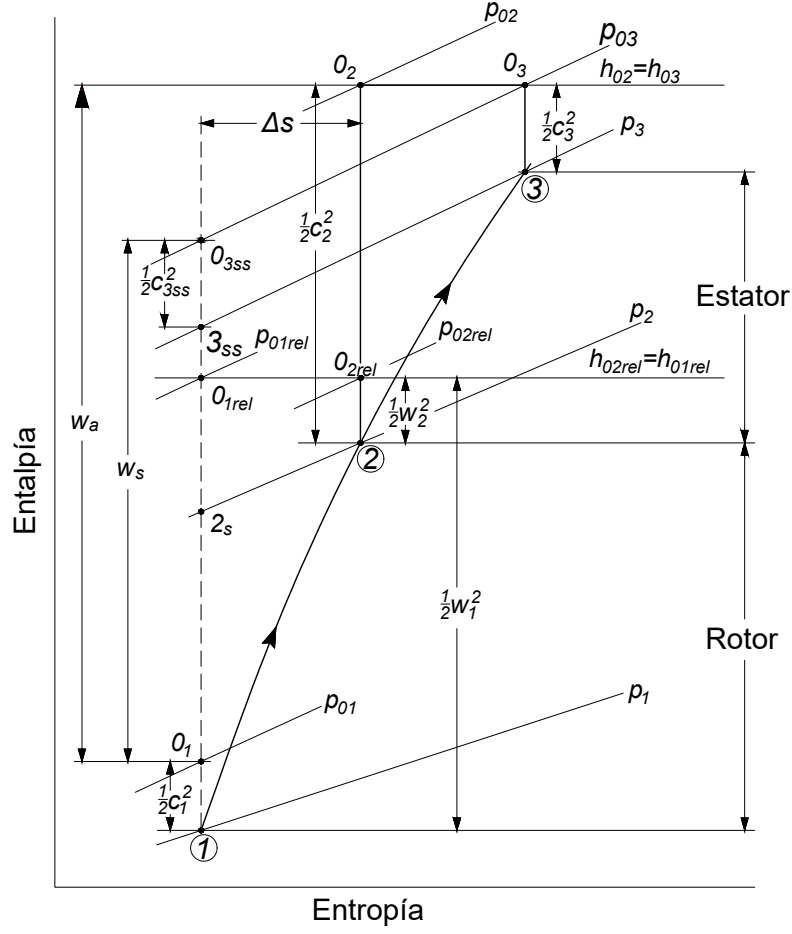
Figura 2.1.10: Diagrama de velocidades del álabe del compresor axial. Fuente: [Yahya \(2002\)](#).

2.2. Termodinámica de la Etapa del Compresor Axial

2.2.1. Diagrama Entalpía-Entropía

De acuerdo a la nomenclatura del álabe de compresor axial se realiza un diagrama de entalpía-entropía para una etapa del compresor axial. Este diagrama, expuesto en la Figura 2.2.1, indica los valores de presión estática y total así como los valores de entalpía en varias posiciones (ver Figura 2.1.10).

El punto de parámetros totales 0_1 en la entrada del rotor en el sistema de referencia absoluto es fijado por la presión p_1 y la velocidad c_1 , mientras que el flujo isentrópico a través del rotor y el estator es representado por $1 - 2_s$ y $2_s - 3_{ss}$. Asu vez, el punto de parámetros totales 0_{3ss} correspondiente al estado final en la salida de una compresión isentrópica es


 Figura 2.2.1: Diagrama de Entalpía-Entropía. Fuente: [Yahya \(2002\)](#).

obtenido mediante (2.1).

$$h_{03ss} = h_{03} + \frac{1}{2}c_{3ss}^2 \quad (2.1)$$

El proceso adiabático reversible o compresión actual es representado por la curva 1 – 2 – 3. En estos puntos, los procesos de transformación de energía 1 – 2 y 2 – 3 en las filas de álabes rotores y estatores ocurren con una pérdida de presión total y un incremento de entropía ([Yahya, 2002](#)). Para la fila de álabes rotores en el sistema relativo, dicha pérdida viene expresada por (2.2).

$$(\Delta p_0)_R = p_{01rel} - p_{02rel} \quad (2.2)$$

La entalpía total permanece constante, esto se puede expresar mediante (2.3).

$$h_{01rel} = h_{02rel} \quad (2.3)$$

$$h_1 + \frac{1}{2}w_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}w_2^2$$

Para la fila de álabes rotores los coeficientes de pérdida de presión total y entalpía están definidos por (2.4) y (2.5).

$$Y_R = \frac{p_{01rel} - p_{02rel}}{p_{01rel} - p_1} = \frac{(\Delta p_0)_R}{\frac{1}{2}\rho w_1^2} \quad (2.4)$$

$$\xi_R = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2}w_1^2} = \frac{2Cp(T_2 - T_{2s})}{w_1^2} \quad (2.5)$$

De manera análoga, se tiene la expresión (2.6) que representa la pérdida de presión total en la fila de álabes estatores.

$$(\Delta p_0)_S = p_{02} - p_{03} \quad (2.6)$$

Asimismo, la entalpía total en los álabes estatores permanece constante. Esto es expresado mediante (2.7).

$$\begin{aligned} h_{02} &= h_{03} \\ h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 &= h_3 + \frac{1}{2}c_3^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Por último, para la fila de álabes estatores los coeficientes de pérdida de presión total y entalpía están definidos por (2.8) y (2.9).

$$Y_S = \frac{p_{02} - p_{03}}{p_{02} - p_2} = \frac{(\Delta p_0)_S}{\frac{1}{2}\rho c_2^2} \quad (2.8)$$

$$\xi_S = \frac{h_3 - h_{3s}}{\frac{1}{2}c_2^2} = \frac{2Cp(T_3 - T_{3s})}{c_2^2} \quad (2.9)$$

2.2.2. Trabajo

El trabajo específico, asumiendo un flujo adiabático, realizado por una etapa rotora del compresor axial está dado por la ecuación (2.10).

$$w = U(c_{\theta 2} - c_{\theta 1}) \quad (2.10)$$

Utilizando las relaciones trigonométricas para los triángulo de velocidades (ver ecuación (A.17) del anexo A.1) esta última expresión puede ser representada por (2.11).

$$w = U c_z (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) = U c_z (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad (2.11)$$

De esta manera, si los valores de α y β son los ángulos de flujo de aire actuales, entonces la ecuación (2.11) representa el trabajo actual de la etapa. Por otro lado, para un compresor de flujo axial en el que se asume $u = u_1 \approx u_2$, la ecuación anterior puede ser modificada utilizando la ecuación de Euler. Esta nueva expresión es representada por (2.12).

$$w = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2) \quad (2.12)$$

Para un incremento de presión deseado en un compresor, el trabajo en la entrada debería ser minimizado con el fin de obtener eficiencias elevadas. Para ello, es importante la selección del álabe óptimo, así como la definición de la geometría del flujo a través del compresor (Yahya, 2002).

2.2.3. Eficiencia

El trabajo ideal en una etapa esta dado por (2.13).

$$w_s = h_{03ss} - h_{01} = Cp(T_{03ss} - T_{01}) \quad (2.13)$$

Este es el mínimo valor del trabajo de la etapa requerido para obtener el incremento de presión estática de $\Delta p_{est} = p_3 - p_1$. Sin embargo, debido a las pérdidas e irreversibilidades asociadas, el proceso actual requiere de una mayor magnitud de trabajo para el mismo incremento de presión (Yahya, 2002). Esto es expresado en (2.14).

$$w_a = h_{02} - h_{01} = h_{03} - h_{01} = C_p(T_{03} - T_{01}) \quad (2.14)$$

Así, la eficiencia total a total de la etapa esta definido por la siguiente relación:

$$\eta_{tt} = \frac{\text{Aumento de la entalpía total para una etapa ideal}}{\text{Aumento de la entalpía total para una etapa real}}$$

Utilizando la nomenclatura de la Figura 2.2.1, se obtiene (2.15).

$$\eta_{tt} = \frac{w_s}{w_a} = \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = \frac{T_{03ss} - T_{01}}{T_{03} - T_{01}} \quad (2.15)$$

Cabe resaltar que existen otras variantes para la determinación de la eficiencia total a total, las mismas que se encuentran en el anexo A.2.

2.3. Geometría del Álabes

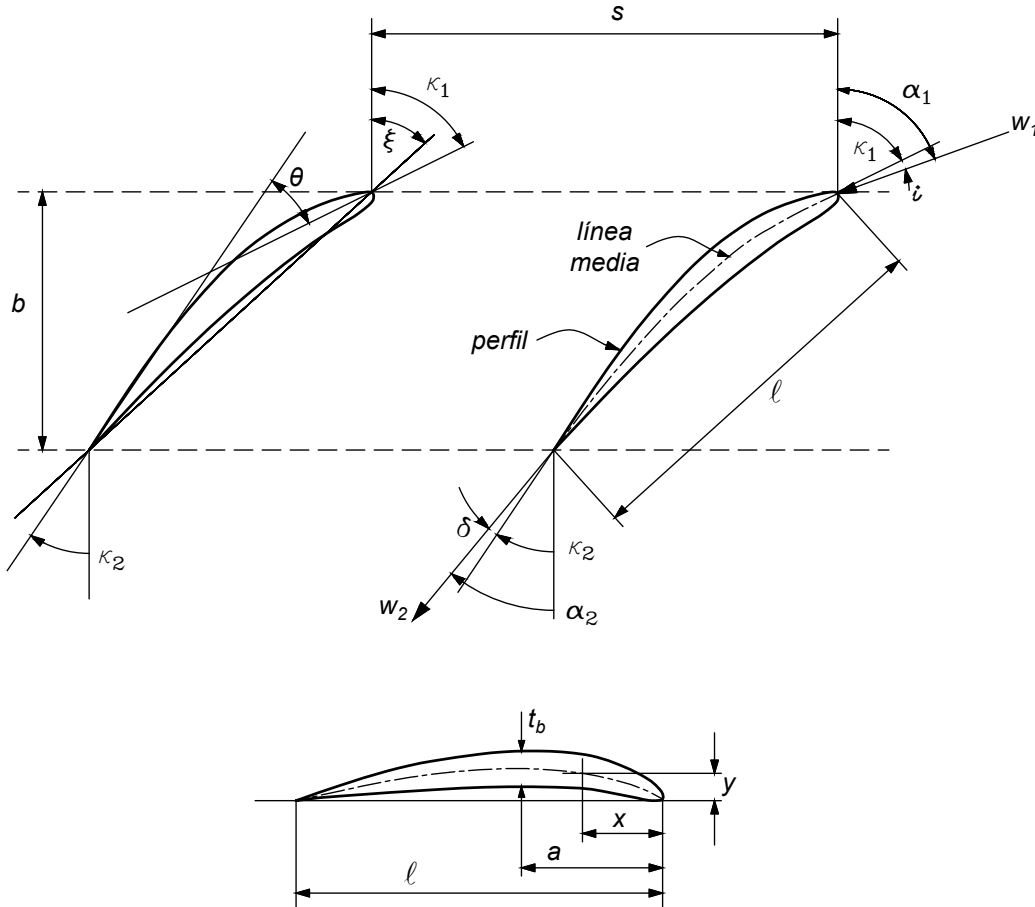


Figura 2.3.1: Cascada de Álabes. Fuente: Dixon and Hall (2014).

Un perfil del álabe puede ser concebido como una línea de curvatura sobre la cual se superpone simétricamente una distribución de espesores (Dixon and Hall, 2014). La familia de perfiles más utilizados son las series NACA 65, la serie British C y la de doble arco circular (DCA). La Figura 2.3.1 muestra la sección transversal de una fila de álabes del compresor axial, conocida como cascada de álabes, con los parámetros que describen la geometría del perfil. La nomenclatura correspondiente es indicada en la Tabla 2.3.1.

Tabla 2.3.1: Nomenclatura de la cascada de álabes.

Símbolo	Descripción
α_1	Ángulo de entrada del flujo.
κ_1	Ángulo de entrada del álabe.
β_1	Ángulo de salida del flujo.
κ_2	Ángulo de salida del álabe.
ξ	Ángulo de calado.
δ	Ángulo de desviación.
i	Ángulo de incidencia.
θ	Ángulo de curvatura.
b	Longitud de cuerda axial.
s	Espaciamiento entre álabes.
ℓ	Longitud de cuerda.
w_1	Velocidad relativa de entrada de flujo.
w_2	Velocidad relativa de salida de flujo.
t_b	Espesor del álabe.

Algunos de los parámetros adicionales para describir la forma del perfil son: la línea de curvatura media, la distribución de espesores, los radios del borde de ataque y borde de fuga, y la relación entre el espesor máximo y la longitud de cuerda (Dixon and Hall, 2014). A continuación se listan las fórmulas de algunos de estos parámetros.

Ángulo de curvatura, θ :

$$\theta = \kappa_1 - \kappa_2 \quad (2.16)$$

Ángulo de calado, ξ , para perfiles de arco circular:

$$\xi = \frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2) \quad (2.17)$$

Ángulo de deflexión, ϵ :

$$\epsilon = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (2.18)$$

Ángulo de incidencia, i :

$$i = \alpha_1 - \kappa_1 \quad (2.19)$$

Ángulo de desviación, δ :

$$\delta = \alpha_2 - \kappa_2 \quad (2.20)$$

2.4. Parámetros Adimensionales

2.4.1. Coeficiente de Carga

Es usual introducir parámetros de funcionamiento expresados para una etapa normal o repetitiva tal como el coeficiente de carga, el cual está definido por (2.21) y es utilizado para la comparación de etapas de diferentes tamaños y velocidades (Aungier, 2003).

$$\psi = \frac{w_a}{U^2} \quad (2.21)$$

Es posible determinar este coeficiente utilizando otras expresiones mediante el diagrama de velocidades o el coeficiente de flujo estudiado a continuación (Dixon and Hall, 2014). Esta expresión está dada por (2.22).

$$\psi = \frac{h_{03} - h_{01}}{U^2} = \frac{\Delta c_\theta}{U} = \frac{c_{\theta,2} - c_{\theta,1}}{U} = \phi(\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) \quad (2.22)$$

La selección del coeficiente de carga para un punto de diseño es crítico, pues un valor muy bajo conducirá a un excesivo número de etapas para lograr el incremento de presión requerido. De la misma manera, un valor muy alto limitará el rango de operación e incrementará el número de perfiles necesarios para evitar el riesgo de separación de la capa límite (Dixon and Hall, 2014).

2.4.2. Coeficiente de Flujo

El coeficiente de flujo representa la relación entre la velocidad axial del flujo y su velocidad rotacional, el mismo que es dado por (2.23).

$$\phi = \frac{c_a}{U} \quad (2.23)$$

Este coeficiente ha sido definido en la entrada del rotor, debido a que no es necesaria la inclusión de una fila de álabes guía como parte del proceso de diseño de la etapa del compresor axial (Aungier, 2003).

2.4.3. Grado de Reacción

El grado de reacción cuantifica la distribución de la difusión del flujo entre la fila de álabes rotores y estatores (Aungier, 2003). Esto puede ser representado por la fracción de incremento de entalpía estática de la etapa que ocurre en el rotor, tal como en (2.24).

$$R = \frac{\text{Incremento de entalpía estática en el rotor}}{\text{Incremento de entalpía estática en la toda etapa}} \quad (2.24)$$

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1}$$

Asimismo, sustituyendo (2.3) en (2.24) y utilizando el triángulo de velocidades es posible llegar a la expresión (2.25). El último término se presenta como otra alternativa de cálculo.

$$R = \frac{w_{\theta,1} + w_{\theta,2}}{2U} = \frac{1}{2}\phi(\tan \beta_1 + \tan \beta_2) = 1 - \frac{c_{\theta,1} + c_{\theta,2}}{2U} \quad (2.25)$$

Otras expresiones que relacionan el triángulo de velocidades con los coeficientes de carga, de flujo y el grado de reacción son formulados en el anexo A.3.

2.4.4. Relación de Presión

La relación de presión para una etapa del compresor axial (π_s) está definido por la expresión (2.26).

$$\pi_s = \frac{p_{02}}{p_{01}} \quad (2.26)$$

En un proceso isoentrópico el cambio de entalpía (Δh_{0s}) o temperatura (ΔT_{0s}) esta vinculado con la relación de presión, tal como se indica en (2.27).

$$\frac{T_{02s}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} = (\pi_s)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} \quad (2.27)$$

Para compresores la relación de presión p_{02}/p_{01} (o p_2/p_1) es mayor que 1, por tanto, el incremento de temperatura en un compresor esta dado por (2.28).

$$T_{02s} - T_{01} = T_{01} \left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} - 1 \right]$$

$$\frac{\Delta T_{0s}}{T_{01}} = \left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \right)} - 1 \right] \quad (2.28)$$

Sin embargo, para encontrar el valor de π_s es usual utilizar el concepto de eficiencia politrópica del compresor. Por lo que, en la práctica, se utiliza la ecuación (2.29) para la estimación de la relación de presión etapa por etapa (Gorla and Khan, 2003).

$$\pi_s = \left[1 + \frac{\eta_s \Delta T_{0s}}{T_{01}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.29)$$

2.4.5. Factor de Difusión

Numerosas investigaciones experimentales han confirmado que el funcionamiento eficiente de una cascada de álabes del compresor axial está limitado por el crecimiento y separación de la capa límite en la superficie del álabe (Dixon and Hall, 2014). En este sentido, Lieblein (1959), a partir de una distribución de velocidades (ver Figura 2.4.1), definió un término para cuantificar esta difusión en la superficie de succión, el cual denominó factor de difusión local (DF , por sus siglas en inglés). Este parámetro adimensional es determinado mediante la expresión (2.30).

$$DF = \frac{(v_{max} - v_2)}{v_{max}} \quad (2.30)$$

Debido a la complejidad en la determinación de este parámetro a causa de la ubicación de la velocidad máxima en la superficie de succión del álabe, Lieblién desarrolló una fórmula para perfiles de la serie NACA 65 y de la serie British C4. Esta fórmula se presenta de manera

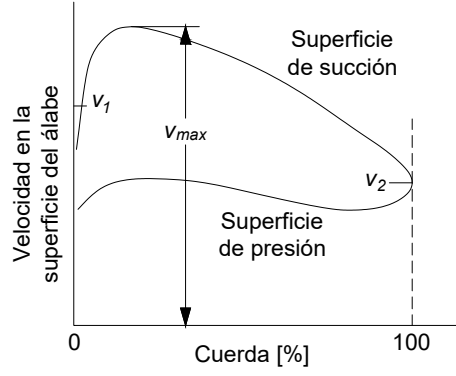


Figura 2.4.1: Distribución de velocidades en una cascada de álabes cerca del punto de mínima pérdida. Fuente: [Dixon and Hall \(2014\)](#).

separada en (2.31) y (2.32) para el rotor y estator, respectivamente. Asimismo, puede ser utilizada para perfiles DCA ([Farokhi, 2014](#)) y solo requiere del conocimiento de la velocidad de entrada y de salida, así como de la solidez (σ).

$$DF_R = \left(1 - \frac{w_2}{w_1}\right) + \frac{|w_{\theta 2} - w_{\theta 1}|}{2\sigma_R w_1} \quad (2.31)$$

$$DF_S = \left(1 - \frac{c_3}{c_2}\right) + \frac{|c_{\theta 3} - c_{\theta 2}|}{2\sigma_S c_2} \quad (2.32)$$

Además, cuando el factor de difusión alcanza el valor de 0.6 empieza la separación de la capa límite, por lo que deberá considerarse como valor de diseño un valor de $DF = 0.45$.

2.4.6. Número De Haller

Otra medición más sencilla de la cantidad de difusión a través de la fila de álabes del compresor es conocido como número De Haller ([De Haller, 1953](#)). Este parámetro se utiliza, aún, para limitar el incremento de presión máxima a través de la fila de álabes del compresor. La ecuación (2.33) expresa la recomendación establecida por De Haller.

$$dH = \frac{w_2}{w_1} \geq 0.72 \quad (2.33)$$

2.4.7. Solidez

La solidez está definida como la relación entre la cuerda del álabe y el espaciamiento. Las expresiones (2.34) y (2.35) representan la solidez para la fila de álabes rotoras y estatoras, respectivamente.

$$\sigma_R = \frac{\ell_R}{s_R} \quad (2.34)$$

$$\sigma_S = \frac{\ell_S}{s_S} \quad (2.35)$$

Los modernos compresores utilizan una solidez elevada ($\sigma_m \geq 1$) en el radio medio (r_m) ([Farokhi, 2014](#)). Por otro lado, el espaciamiento entre álabes (s) está dado por (2.36).

$$s(r) = \frac{2\pi r}{N_b} \quad (2.36)$$

Donde, N_b es el número de álabes de una fila de álabes rotor o estator. Utilizando esta ecuación es posible expresar la solidez del álabe mediante la ecuación (2.37).

$$\sigma_{(r)} = \frac{N_b \ell}{2\pi r} \quad (2.37)$$

2.4.8. Relación de Aspecto

La longitud del compresor y el número de álabes puede ser estimada mediante la elección de un valor de relación de aspecto, RA , para cada fila álabes. La relación de aspecto es determinada mediante (2.38), donde H es la altura del álabe y ℓ la longitud de cuerda.

$$RA = \frac{H}{\ell} \quad (2.38)$$

Este parámetro influye en las pérdidas aerodinámicas y en el margen de estabilidad, pues bajos valores en la relación de aspecto incrementa el espesor de la capa límite (Dixon and Hall, 2014). Sin embargo, Koch (1981) ha demostrado que altos valores de la relación de aspecto aumenta el margen de sobrecarga, razón por la cual los modernos compresores axiales multietápicos tienen bajos valores de este parámetro. El rango de valores típicos es de 1 y 2 (Farokhi, 2014).

2.5. Aerodinámica

2.5.1. Coeficientes de Sustentación y Arrastre

Los coeficientes de sustentación y arrastre (C_L y C_D , respectivamente) son utilizados para cuantificar la carga aerodinámica del perfil y son definidos por (2.39) y (2.40).

$$C_{L_R} = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho w_m^2 \ell_R} \quad , \quad C_{L_S} = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho c_m^2 \ell_S} \quad (2.39)$$

$$C_{D_R} = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho w_m^2 \ell_R} \quad , \quad C_{D_S} = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho c_m^2 \ell_S} \quad (2.40)$$

Donde las velocidades medias son: $w_m = (1/2)(\vec{w}_1 + \vec{w}_2)$, $c_m = (1/2)(\vec{c}_1 + \vec{c}_2)$, con ángulos correspondientes: $\tan \beta_m = (1/2)(\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$ y $\tan \alpha_m = (1/2)(\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3)$. Además, L y D son las fuerzas de sustentación y arrastre por unidad de envergadura del álabe (H). La primera se ejerce en una dirección perpendicular al flujo, siendo el sentido desde la superficie de presión hacia la de succión; mientras que la segunda, en el mismo sentido y dirección del flujo. Las fuerzas anteriormente descritas componen la fuerza de reacción ejercida por el álabe (F), esto es, $\vec{F} = \vec{L} + \vec{D}$. Por lo tanto, esta fuerza puede ser descompuesta en las direcciones axial y radial de la etapa del compresor axial, lo cual genera las componentes \vec{X} e \vec{Y} , respectivamente, y cuyas magnitudes son expresadas por (2.41) y (2.42).

$$X_R = (p_2 - p_1)s \quad , \quad X_S = (p_3 - p_2)s \quad (2.41)$$

$$Y_R = \rho s c_a^2 (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad , \quad Y_S = \rho s c_a^2 (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_3) \quad (2.42)$$

2.5.2. Número de Mach

El número de Mach, M , está definido como la velocidad dividida por la velocidad local del sonido. Debido a que el fluido de trabajo considerado para el compresor axial es el aire, entonces expresamos M tal como en (2.43).

$$M = \frac{v}{a} = \frac{v}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (2.43)$$

Dado que $\gamma R = (\gamma - 1)C_p$ y que $C_p T = h$, entonces la ecuación (2.43) se puede expresar como (2.44).

$$M = \frac{v}{\sqrt{(\gamma - 1)C_p T}} = \frac{v}{\sqrt{(\gamma - 1)h}} \quad (2.44)$$

2.6. Dinámica de Fluidos Computacional

2.6.1. Ecuaciones Gobernantes

En términos generales el flujo a través del compresor axial es no permanente, debido al movimiento relativo entre las sucesivas filas de álabes, tridimensional y dominado por los efectos viscosos (Gallimore, 1999). Esto es, dicho flujo es gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes, cuya forma integral en coordenadas cartesianas para un volumen de control arbitrario Ω con un área de superficie elemental dA es presentada por la ecuación (2.45).

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{U} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\vec{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{n}) dA = 0 \quad (2.45)$$

Donde $\vec{\mathbf{H}}$ es el tensor definido en (2.46) usando coordenadas cartesianas (Pletcher et al., 2012).

$$\vec{\mathbf{H}} = \mathbf{E}\mathbf{i} + \mathbf{F}\mathbf{j} + \mathbf{G}\mathbf{k} \quad (2.46)$$

Asimismo, los vectores \mathbf{U} , \mathbf{E} , \mathbf{F} y \mathbf{G} son definidos en (2.47):

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ (E_t + p)u - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - w\tau_{xz} + q_x \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ (E_t + p)v - u\tau_{xy} - v\tau_{yy} - w\tau_{yz} + q_y \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ (E_t + p)w - u\tau_{xz} - v\tau_{yz} - w\tau_{zz} + q_z \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Donde ρ , (u,v,w) , E_t y p son: densidad, velocidades en cada coordenada cartesiana, energía total y presión del fluido, respectivamente. El término τ es el tensor de esfuerzo viscoso y (q_x, q_y, q_z) el vector de flujo de calor. De igual manera, la ecuación (2.45) puede ser escrita en su forma diferencial, tal como se expresa en (2.48).

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = 0 \quad (2.48)$$

Como el fluido de trabajo se comporta como un gas ideal, la densidad varía, por lo que, se utiliza la ecuación de estado para gases perfectos ($p = \rho RT$). De igual forma, debido a que el flujo presente es turbulento, se debe adicionar las ecuaciones correspondientes para resolver el cierre turbulento (Huntsman and Hothersall, 2001). Cabe resaltar que el nombre de Navier-Stokes inicialmente referido a las ecuaciones de conservación de momento lineal, actualmente es usado para denotar colectivamente a las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía (Moukalled et al., 2016) tal como se observa en las ecuaciones (2.45) al (2.48).

Las ecuaciones estudiadas se resuelven de manera numérica, empleando la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés). Las técnicas de la dinámica de fluidos computacional han ganado popularidad en las últimas décadas como un medio asequible de aproximar el comportamiento del flujo a través del pasaje de álabes, analizando de esta manera la distribución de presiones en la superficie del álabe, así como las secciones del mismo donde se presentan pérdidas (Hah, 1996).

2.6.2. Método de Volúmenes Finitos

El método de volúmenes finitos (FVM) es una alternativa de discretización espacial que reduce la forma integral de una ley de conservación a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs). Asimismo, asegura que la discretización sea conservativa, es decir, la masa, el momento y la energía se conservan en un sentido discreto (Pulliam and Zingg, 2014). Utilizando este método es posible resolver de manera numérica las ecuaciones de Navier-Stokes anteriormente presentadas.

La popularidad del FVM en la dinámica de fluidos computacional se deriva de la alta flexibilidad que ofrece como método de discretización, debido a que esta operación se lleva a cabo directamente en el espacio físico sin la necesidad de cualquier transformación entre el sistema de coordenadas físico y el computacional (Moukalled et al., 2016).

En la categoría más compleja de los problemas no estacionarios, la ley de conservación del transporte de un escalar tiene la forma general presentada en (2.49).

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{\text{término transiente}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho\mathbf{v}\phi)}_{\text{término convectivo}} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi)}_{\text{término difusivo}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{término fuente}} \quad (2.49)$$

Esta ecuación denominada forma conservativa o divergente y es caracterizada por la presencia de términos relativos a los flujos convectivos de la variable ϕ ($\rho u\phi$, $\rho v\phi$, $\rho w\phi$), la cual se

obtiene por medio de la aplicación del principio de conservación de la variable dependiente de interés en un volumen de tamaño infinitesimal. De manera similar a otras técnicas numéricas utilizadas en la resolución de las ecuaciones diferenciales parciales (PDE, por sus siglas en inglés), el método de volúmenes finitos transmite información de las fronteras (condiciones de contorno) fijados para el interior del dominio de solución, logrando de este modo, la distribución temporal y espacial de la variable dependiente ($\phi = \phi(x, y, z, t)$) en puntos discretos (Guillermo, 2006). En resumen éste método consta de cuatro etapas:

1. Separación del dominio de solución en volúmenes de control finitos.
2. Integración de la PDE en dichos volúmenes de control finitos.
3. Discretización de cada uno de los términos de la PDE con el objeto de convertirla a un conjunto de ecuaciones algebraicas.
4. Solución de este sistema resultante de ecuaciones algebraicas, usando métodos iterativos.

Una de las importantes características del método es la posibilidad de utilizar mallas con elementos de formas triangulares o cuadriláteros en el caso bidimensional o tetraedros y hexaedros para el caso tridimensional, este tipo de mallas no estructuradas ofrecen una gran flexibilidad en el manejo de geometrías complejas (Tu et al., 2012).

Capítulo 3

Metodología de Cálculo Aerodinámico del Compresor Axial

3.1. Introducción

En las siguientes secciones se presenta de manera detallada tanto el diseño preliminar del compresor axial como el diseño tridimensional de la primera etapa, estableciendo las condiciones de operación para una aeronave con vuelo subsónico. En la primera parte, se determinará la geometría de entrada y salida del compresor, así como los parámetros termodinámicos en estas zonas. Posteriormente, se realizarán cálculos en la línea media que permitan estimar la cantidad de etapas necesarias para lograr las condiciones de operación.

El desarrollo no comprende la inclusión de álabes guía, presentados en la Figura 2.1.10 como caso general, pues los mismos solo son utilizados para añadir momento angular evitando números de Mach supersónicos en la parte superior de las primeras filas de álabes rotores. Asimismo, estos álabes guía son generalmente utilizados en aeronaves militares con características de despeque y aterrizaje vertical (VTOL, por sus siglas en inglés) donde es necesaria una rápida respuesta del sistema de control del empuje ofrecido por los turborreactores. Además, se ha establecido el uso de etapas normales o repetitivas, denominación que corresponde al diseño considerando ángulos de salida de flujo en la etapa similares a los de entrada de flujo en la misma.

En la segunda parte se desarrolla el diseño tridimensional del álabe de compresor axial, el cual abarca el diseño del álabe rotor y el álabe estator, que permita alcanzar la relación de presión y la temperatura especificadas en el diseño preliminar para la primera etapa del compresor axial. Se utiliza el método de vórtice libre para la descripción de la velocidad tangencial a lo largo de la salida del álabe y se selecciona un álabe de doble arco circular.

Finalmente, se calcula el ángulo de calado para diversas secciones transversales del álabe rotor y álabe estator. Los perfiles resultantes son tratados en un software CAD para generar la representación 3D de cada álabe.

3.2. Parámetros de Diseño

El problema del diseño aerodinámico de un compresor axial está definido por especificaciones de funcionamiento, las cuales deben ser cumplidas para lograr un perfecto desempeño una vez acoplado junto a los demás componentes de un turborreactor tales como los presentados en el capítulo anterior. Por otro lado, es necesario precisar parámetros adimensionales que definan la geometría de la máquina, así como otros que definan el comportamiento del fluido a través del mismo. Para esto último, se han establecido valores recomendados en la literatura que serán discutidos durante el proceso de cálculo. Todos los parámetros en mención son presentados en la Tabla 3.2.1.

Tabla 3.2.1: Parámetros de entrada para el diseño del compresor axial.

Parámetros de Entrada		
Especificaciones de funcionamiento	Símbolo	Valor
Flujo másico	\dot{m}	30 [kg/s]
Relación de presión	π_c	9
Número de Mach de entrada	M_{ent}	0.50
Parámetros geométricos	Símbolo	Valor
Relación radio cubo a radio carcasa	r_h/r_t	0.50
Factor de disminución de trabajo	Ω	0.96 1ra etapa 0.85 4ta etapa
Factor de bloqueo	B	0.98 1ra etapa 0.88 última etapa
Solidez	σ	1.0
Espaciamiento axial entre etapas	Δz	0.25b
Juego radial del álabe rotor	ε_r	0.022H
Juego radial del álabe estator	ε_s	0.017H
Parámetros adimensionales de desempeño	Símbolo	Valor
Rendimiento politrópico	η_P	90 [%]
Coefficiente de flujo	ϕ	0.37
Coefficiente de carga	ψ	0.35
Grado de reacción	$^\circ R$	50 [%] [†]
Velocidad tangencial en la carcasa de la 1° fila	$U_{1,t}$	350 [m/seg]
Ángulo de entrada de flujo al compresor	α_1	0 [°]
Parámetros del aire a nivel del mar (ISA)	Símbolo	Valor
Presión total	p_{01}	101325 [Pa]
Temperatura total	T_{01}	288.15 [K] (15°C)
Propiedades del aire	Símbolo	Valor
Factor de expansión isentrópica	γ	1.4
Capacidad calorífica a presión constante	C_P	1005 [J/kg · K]
Constante particular del aire	R_{aire}	287.14 [J/kg · K]

[†] Valor a partir de 4° etapa.

3.3. Diseño Preliminar del Compresor Axial

En este primer caso, es preciso establecer las suposiciones necesarias en el análisis fluido-dinámico. Esto con la finalidad de aplicar las ecuaciones respectivas que nos permitan realizar cálculos generales sobre el compresor axial. Estas suposiciones son las siguientes:

- El flujo es permanente ($\partial/\partial t = 0$).
- El flujo es unidimensional para el caso de la estimación del número de etapas. El flujo es bidimensional para el cálculo del triángulo de velocidades en la línea media.
- El flujo es adiabático ($q_{pared} = 0$).
- El flujo es isentrópico.
- El flujo es viscoso. Esta suposición se utiliza solo para evaluar el desempeño del álabe diseñado.
- Componente axial de la velocidad absoluta es constante ($c_a = cte$).

Lo anterior, permitirá estimar algunos parámetros en la entrada y salida del compresor, así como la cantidad de etapas necesarias para alcanzar la relación de presión especificada.

3.3.1. Determinación de la geometría de entrada del compresor

Para estimar el área de la sección transversal del compresor en cada punto, es necesario obtener la correspondiente información de la densidad estática. Para ello, se realiza el cálculo de las propiedades termodinámicas de temperatura y presión estáticas utilizando las fórmulas de flujo isentrópico (3.1) y (3.2).

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2 \quad (3.1)$$

$$\frac{p_0}{p} = \left[\frac{T_0}{T} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left[1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.2)$$

Reemplando los valores dados en la Tabla 3.2.1 obtenemos:

$$T_1 = \frac{(288.15 \text{ K})}{\left[1 + \left(\frac{(1.4)-1}{2} \right) (0.5)^2 \right]} \approx 274.43 \text{ K}$$

$$p_1 = (101325 \text{ Pa}) \left[\frac{274.43 \text{ K}}{288.15 \text{ K}} \right]^{\frac{(1.4)}{(1.4)-1}} \approx 85419 \text{ Pa} (\approx 0.85 \text{ bar})$$

Luego, aplicamos la ecuación de estado para gases ideales (3.3.1).

$$p_1 = \rho_1 R_{aire} T_1 \quad (3.3)$$

Con lo cual, obtenemos:

$$\rho_1 = \frac{85419 \text{ Pa}}{(287.14 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(274.43 \text{ K})} \approx 1.0840 \text{ kg/m}^3$$

De otro lado, hacemos uso de la ecuación de continuidad para flujo permanente y uniforme (3.4) para calcular el valor del área de ingreso del aire al compresor.

$$\dot{m} = \rho AV = \rho_1 A_1 c_{a1} \quad (3.4)$$

Esta ecuación requiere de la componente axial de la velocidad absoluta, la misma que es igual a la velocidad absoluta, pues el ángulo de ingreso es $\alpha = 0^\circ$ (ver Figura 2.1.10). Usando la ecuación (2.43), obtenemos:

$$c_1 = c_{a1} = (0.5) \sqrt{(1.4)(287.14 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(274.43 \text{ K})} \approx 166.07 \text{ m/s}$$

Sin embargo, es necesario establecer un parámetro que tome en cuenta los efectos viscosos que ocurren en las paredes. Este parámetro, denominado factor de bloqueo (B), considera la reducción del área debido a la capa límite además de otros efectos secundarios. Se tomó como recomendación una variación lineal de este parámetro a lo largo de todas las etapas iniciando en un valor de 0.98 y culminando con 0.88 en la última etapa (Perrotti, 2013). Se realiza, entonces, el cálculo del área usando (3.5).

$$A = \frac{\dot{m}}{\rho_1 c_{a1} B_1} \quad (3.5)$$

$$A_1 = \frac{30 \text{ kg/s}}{(1.0840 \text{ kg/m}^3)(166.07 \text{ m/s})(0.98)} \approx 0.17 \text{ m}^2$$

Seguidamente, expresamos el área anular como función del radio del cubo r_h y de la carcasa r_t , tal como en (3.6).

$$A = \pi(r_h^2 - r_t^2) \quad (3.6)$$

De esta manera, es posible calcular el radio de la carcasa en función del área, del radio del cubo y de la relación del radio del cubo y de la carcasa r_h/r_t , expresión representada por (3.7).

$$r_{t,1} = \sqrt{\frac{A_1}{\pi(1 - (r_h/r_t)^2)}} \quad (3.7)$$

Reemplazamos para obtener:

$$r_{t,1} = \sqrt{\frac{0.17 \text{ m}^2}{\pi(1 - (0.5)^2)}} \approx 0.2686 \text{ m}$$

El radio del cubo es fácilmente obtenido utilizando el valor de la relación r_h/r_t , mediante el siguiente cálculo:

$$r_{h,1} = (0.2686 \text{ m})(0.5) \approx 0.1343 \text{ m}$$

Asimismo, calculamos el valor del radio medio en la entrada mediante:

$$r_{m,1} = \left(\frac{r_{t,1} + r_{h,1}}{2} \right) \approx 0.2015 \text{ m}$$

3.3.2. Determinación de la geometría de salida del compresor

Análogamente al caso anterior, se procede a calcular la geometría de salida del compresor, utilizando el valor de la relación de presión (π_c). De acuerdo a esto, calculamos inicialmente el valor de la presión de salida del compresor axial mediante (3.8).

$$p_{0,sal} = p_{01} \cdot \pi_c \quad (3.8)$$

Con lo cual, se obtiene:

$$p_{0,sal} = (101325 \text{ Pa})(9) \approx 911925 \text{ Pa} (\approx 9.12 \text{ bar})$$

Luego, procedemos a calcular la temperatura total de salida del compresor utilizando el valor de incremento de temperatura total que produce una relación de presión y la eficiencia politrópica especificadas. Esta relación es indicada en (3.9).

$$T_{0,sal} = T_{01} [\pi_c]^{\frac{\gamma-1}{\eta_P \cdot \gamma}} \quad (3.9)$$

Operando, se obtiene:

$$T_{0,sal} = (274.43 \text{ K})(20)^{\frac{(1.4)-1}{(0.90) \cdot (1.4)}} \approx 578.83 \text{ K}$$

Para hallar la temperatura estática a la salida del compresor se utiliza la ecuación (2.7) correspondiente al valor de la entalpía total. Asumiendo un valor constante del factor de expansión adiabática, es posible reformular esta ecuación utilizando la relación $h = C_P T$. De esta manera obtenemos la expresión (3.10).

$$T_{sal} = T_{0,sal} - \frac{c_{sal}^2}{2C_P} \quad (3.10)$$

Reemplazando los valores correspondientes y considerando la suposición de velocidad axial constante ($c_{sal} = c_a$), obtenemos:

$$T_{sal} = (578.83 \text{ K}) - \frac{(166.07 \text{ m/s})^2}{2(1005 \text{ J/kg} \cdot \text{K})} \approx 565.11 \text{ K}$$

Calculamos, entonces, el valor del número de Mach correspondiente a la velocidad absoluta de salida usando la ecuación (2.43):

$$M_{sal} = \frac{(166.07 \text{ m/s})}{\sqrt{(1.4)(287.14 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(565.11 \text{ K})}} \approx 0.348$$

Una vez más, utilizamos la ecuación de flujo isoentrópico (3.2) para calcular la presión estática de salida del compresor, de esta manera obtenemos:

$$p_{sal} = \frac{(911925 \text{ Pa})}{\left[1 + \left(\frac{(1.4)-1}{2}\right) (0.348)^2\right]^{\frac{(1.4)}{(1.4)-1}}} \approx 838479 \text{ Pa} (\approx 8.38 \text{ bar})$$

Aplicando la ecuación de estado (3.3.1), obtenemos la densidad estática a la salida del compresor, esto es:

$$\rho_{sal} = \frac{838479 \text{ Pa}}{(287.14 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(565.11 \text{ K})} \approx 5.1672 \text{ kg/m}^3$$

De acuerdo a la ecuación de continuidad dada por (3.5) y considerando un factor de bloqueo de 0.88 para la última etapa, el área de salida obtenida es:

$$A_{sal} = \frac{30 \text{ kg/s}}{(5.1672 \text{ kg/m}^3)(166.07 \text{ m/s})(0.88)} \approx 0.0397 \text{ m}^2$$

Considerando un radio medio constante para el diseño del compresor axial ($r_m = r_{m,1}$), calculamos la altura del álabe en la salida del compresor mediante (3.11).

$$H_{sal} = r_{t,sal} - r_{h,sal} = \frac{A_{sal}}{2\pi r_m} \quad (3.11)$$

Reemplazando los valores, obtenemos:

$$H_{sal} = \frac{(0.0397 \text{ m}^2)}{2\pi(0.2015 \text{ m})} \approx 0.0314 \text{ m} \approx 3.14 \text{ cm}$$

Con ello, calculamos el radio del cubo y de la carcasa en la salida del compresor, esto es:

$$r_{t,sal} = r_m + \frac{H_{sal}}{2} = (0.2015 \text{ m}) + \frac{0.0314 \text{ m}}{2} \approx 0.2172 \text{ m} \approx 21.72 \text{ cm}$$

$$r_{h,sal} = r_m - \frac{H_{sal}}{2} = (0.2015 \text{ m}) - \frac{0.0314 \text{ m}}{2} \approx 0.1858 \text{ m} \approx 18.58 \text{ cm}$$

3.3.3. Determinación de los ángulos de flujo en la línea media para la 1° etapa

Para la determinación de los ángulos de flujo en esta etapa, es necesario definir una velocidad rotacional para el compresor, y en consecuencia una velocidad tangencial en el extremo superior del álabe rotor. De acuerdo con [El-Sayed \(2016\)](#), las pasadas experiencias en el diseño de compresores subsónicos y transónicos establecen un valor máximo en la velocidad tangencial en el extremo del álabe de $U_{1,t} \approx 350 \text{ m/s}$ (situado inicialmente en la Tabla 3.2.1), mientras que el rango de velocidad de ingreso de aire al compresor axial, c_a , es de 150 a 200 m/s.

Con esta información, se procede a calcular la velocidad rotacional en el eje del compresor:

$$\omega = \frac{U_{1,t}}{r_{1,t}} = \frac{(350 \text{ m/s})}{(0.2686 \text{ m})} \approx 1302.8 \text{ rad/seg} \approx 12441 \text{ rpm}$$

Esta velocidad rotacional debe ser considerada como máxima para la selección de una turbina, la cual será acoplada al eje del compresor axial. Es decir, la turbina definirá, finalmente, la velocidad tangencial en el extremo del álabe rotor, el cual es máximo en la primera fila rotora. Considerando, entonces, la selección de una turbina cuya velocidad rotacional sea 12 000 rpm, podemos calcular el valor de la velocidad tangencial de la siguiente manera:

$$U_{1,t} = \left(\omega_{[rpm]} \frac{2\pi}{60} \right) r_{t,1} = (12000 \text{ rpm}) \frac{2\pi}{60} (0.2686 \text{ m}) \approx 337.59 \text{ m/s}$$

Este valor genera una velocidad relativa en la carcasa $w_{1,t}$ de:

$$w_{1,t} = \sqrt{U_{1,t}^2 + c_a^2} = \sqrt{(337.59 \text{ m/s})^2 + (166.07 \text{ m/s})^2} \approx 376.23 \text{ m/s}$$

El número de Mach respecto a esta velocidad relativa, es calculada mediante:

$$M_{w,t,1} = \frac{(376.23 \text{ m/s})}{\sqrt{(1.4)(287.14 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(274.43 \text{ K})}} \approx 1.13$$

Este valor de número de mach de 1.13 nos indica que la primera etapa es transónica. Cabe resaltar que la ventaja de presentar elevados números de Mach es la posibilidad de trabajar con elevadas relaciones de presión y menores diámetros, es decir, la máquina resulta más compacta. En los modernos turborreactores de aplicación comercial se trabajan con números de Mach ($M_{w,t,1}$) de hasta 1.4, y para aliviar los efectos de elevados números de Mach en compresores transónicos se suelen usar álabes muy delgados, los cuales reducen el bloqueo y poseen bajos porcentajes en la relación entre el espesor y la cuerda (Dixon and Hall, 2014).

Dado que el cálculo de los parámetros para el diseño preliminar del compresor axial se realizará en la línea media, proyectamos la velocidad tangencial $U_{t,1}$ en la misma. Así, obtenemos:

$$U_m = U_{t,1} \frac{r_m}{r_{t,1}} = (337.59 \text{ m/s}) \frac{(0.2015 \text{ m})}{(0.2686 \text{ m})} \approx 253.19 \text{ m/s}$$

Este valor de velocidad tangencial nos proporciona un coeficiente de flujo dado por (2.23). Puesto que no existen álabes guía, es decir $\alpha_{m,1} = 0^\circ$, entonces $c_{a,m,1} = c_a$ y:

$$\phi_{m,1} = \frac{c_{a,m,1}}{U_m} = \frac{(166.07 \text{ m/s})}{(253.19 \text{ m/s})} \approx 0.66$$

Luego, se calcula el valor del ángulo de flujo $\beta_{m,1}$ correspondiente a la velocidad relativa de entrada. De la Figura 2.1.10 se deduce, para $\alpha_{m,1} = 0^\circ$, lo siguiente:

$$\tan \beta_{m,1} = \frac{U_m}{c_{a,m,1}} \rightarrow \beta_{m,1} = \arctan \frac{(253.19 \text{ m/s})}{(166.07 \text{ m/s})} \approx 0.9903 \text{ rad} \approx 56.74^\circ$$

La magnitud de la velocidad relativa de entrada en la línea media con dirección $\beta_{m,1}$, es calculada mediante:

$$w_{m,1} = \sqrt{U_m^2 + c_{a,m,1}^2} = \sqrt{(253.19 \text{ m/s})^2 + (166.07 \text{ m/s})^2} \approx 302.80 \text{ m/s}$$

El número de Mach correspondiente a esta velocidad relativa, posee un valor de:

$$M_{w,m,1} = \frac{(302.80 \text{ m/s})}{\sqrt{(1.4)(287.14 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(274.43 \text{ K})}} \approx 0.91$$

Además, debido a que la dirección de la velocidad absoluta de entrada es cero, entonces $w_{\theta,m,1} = U_m = 253.19 \text{ m/s}$ (ver Figura 2.1.10).

El siguiente paso es estimar los ángulos de salida de flujo. Para ello, es posible utilizar la relación que existe entre el grado de reacción y los ángulos $\beta_{m,1}$ y $\beta_{m,2}$ tal como lo establece la expresión (2.25), en la cual despejamos el ángulo deseado para obtener lo siguiente:

$$\tan \beta_{m,2} = 2 \frac{{}^\circ R_{m,1}}{\phi_{m,1}} - \tan \beta_{m,1}$$

En este punto se debe señalar que el grado de reacción (${}^\circ R$) posee valores entre 50 % a 60 % para secciones subsónicas, mientras que para secciones transónicas y supersónicas posee

elevados valores alrededor del 80 % (Farokhi, 2014). Lo importante es no exceder el factor de difusión recomendado de 0.45, dado en las expresiones (2.31) y (2.32), o no exceder el valor de 0.72 en el número De Haller dado por (2.33). Estos valores garantizan evitar la separación de la capa límite en la superficie de los álabes. En consecuencia, el grado de reacción disminuirá desde un valor elevado hasta un valor de 50 % y aproximadamente a partir de la 4ª etapa.

Para este caso, se ha considerado un valor $^{\circ}R$ de 78 %. Con este dato se procede a calcular el valor de $\beta_{m,2}$ de la siguiente manera:

$$\beta_{m,2} = \arctan \left(2 \frac{(0.78)}{(0.66)} - \tan(56.74^{\circ}) \right) \approx 0.7067 \text{ rad} \approx 40.49^{\circ}$$

Utilizando nuevamente el esquema dado por la Figura 2.1.10 calculamos el valor de la velocidad relativa de salida del rotor en la sección media:

$$w_{m,2} = \frac{c_{a,m,2}}{\cos \beta_{m,2}} = \frac{(166.07 \text{ m/s})}{\cos(40.49^{\circ})} \approx 218.37 \text{ m/s}$$

Con el objeto de evaluar el factor de difusión en la fila rotora, calculamos el valor de la componente tangencial de la velocidad absoluta de salida del rotor $w_{\theta,m,2}$. Para ello, podemos utilizar la expresión (2.25), como sigue:

$$w_{\theta,m,2} = 2U_m(^{\circ}R_{m,1}) - w_{\theta,m,1} = 2(253.19 \text{ m/s})(0.78) - (253.19 \text{ m/s}) \approx 141.79 \text{ m/s}$$

De otro lado, como $c_{\theta,m,2} = U_m - w_{\theta,m,2} = 111.40 \text{ m/s}$ (ver Figura 2.1.10), la velocidad absoluta de salida del rotor en la sección media es:

$$c_{m,2} = \sqrt{c_{\theta,m,2}^2 + c_{a,m,2}^2} = \sqrt{(111.40 \text{ m/s})^2 + (166.07 \text{ m/s})^2} \approx 199.98 \text{ m/s}$$

El correspondiente ángulo de flujo esta dado por:

$$\frac{c_{\theta,m,2}}{c_{m,2}} = \sin \alpha_{m,2} \rightarrow \alpha_{m,2} = \arcsin \left(\frac{111.40 \text{ m/s}}{199.98 \text{ m/s}} \right) \approx 0.5909 \text{ rad} \approx 33.85^{\circ}$$

Entonces, el valor del factor de difusión es calculado usando la ecuación (2.31).

$$DF_{R,m,1} = \left(1 - \frac{(218.37 \text{ m/s})}{(302.80 \text{ m/s})} \right) + \frac{|(141.79 \text{ m/s}) - (253.19 \text{ m/s})|}{2(1.25)(302.80 \text{ m/s})} \approx 0.43$$

Como se observa, el valor es menor al máximo recomendable de 0.45, por lo que se espera que no exista problemas de separación de capa límite. Es evidente que, para alcanzar este valor, se ha variado el grado de reacción, mientras que la solidez se ha mantenido en un rango típico de 1 a 2 (Farokhi, 2014). Por otro lado, es necesario resaltar el significado de la expresión del factor de difusión, esto es, el primer término en paréntesis representa la desaceleración media del flujo, mientras que el segundo término representa la desviación del flujo (Dixon and Hall, 2014).

Según lo establecido al inicio del capítulo, se presentará el diseño de etapas normales o repetitivas, lo que implica una misma dirección de la velocidad absoluta del flujo tanto para la salida como la entrada de la etapa. Además, de acuerdo a lo mostrado en la Figura 2.1.10, los ángulos de salida de flujo del álabe rotor son los ángulos de entrada de flujo al álabe

estator. Por tanto, es posible evaluar el factor de difusión para el álabe estator utilizando la expresión (2.32), tal como sigue:

$$DF_{S,m,1} = \left(1 - \frac{(166.07 \text{ m/s})}{(199.98 \text{ m/s})}\right) + \frac{|(0 \text{ m/s}) - (111.41 \text{ m/s})|}{2(1.25)(199.98 \text{ m/s})} \approx 0.39$$

Al igual que el caso anterior, el factor es menor que el valor máximo recomendable. Con éste último análisis se ha concluido el cálculo de las velocidad de flujo y de sus respectivos ángulos, los mismos que se encuentran situados en la Tabla 3.3.1.

Tabla 3.3.1: Resultados correspondientes a la línea media de la 1° etapa.

Parámetros	Símbolo [†]	Unidades	1° estación	2° estación	3° estación
Velocidad relativa de entrada	$w_{m,est}$	[m/s]	302.80	218.37	-
Componente tangencial de la velocidad relativa	$w_{\theta,m,est}$	[m/s]	253.19	141.79	-
Velocidad absoluta	$c_{m,est}$	[m/s]	166.07	199.98	166.07
Componente axial de la velocidad absoluta	$c_{a,m,est}$	[m/s]	166.07	166.07	166.07
Componente tangencial de la velocidad absoluta	$c_{\theta,m,est}$	[m/s]	0	111.40	0
Velocidad radial	$U_{m,est}$	[m/s]	253.19	253.19	253.19
Dirección de la velocidad relativa	$\alpha_{m,est}$	[°]	0	33.85	0
Dirección de la velocidad absoluta	$\beta_{m,est}$	[°]	56.74	40.49	-

[†] El subíndice *est* indica la estación: 1°, 2° ó 3° de acuerdo a la Figura 2.1.10.

3.3.4. Determinación del número de etapas

Una estimación previa del número de etapas en un compresor axial puede ser realizada mediante la ecuación de trabajo de Euler dado por (2.11). Para ello, es necesario tomar en cuenta que, de acuerdo a resultados experimentales, el perfil de velocidades en el pasaje de álabes no es constante a lo largo de la altura del álabe y, más aún, presentan variaciones significativas con respecto a las primeras filas. Los resultados de [Howell \(1945\)](#) indican que el perfil de velocidad axial tiende a establecerse a partir de la cuarta etapa, tal como se aprecia en la Figura 3.3.1. Esta figura nos muestra, además, el efecto de la capa límite formada en la pared superior e inferior del pasaje.

Asimismo, debido a los elevados valores de velocidad sobre la mayor porción anular, la adición de energía para un flujo determinado es menor que el valor de diseño, es decir, el bajo flujo másico en las paredes no pondera el incremento de temperatura en esta región lo suficiente para compensar el déficit de trabajo en la parte central, resultando en un menor trabajo realizado ([Johnsen and Bullock, 1965](#)).

En consecuencia, la expresión (2.11) es modificada para incluir el factor de disminución de trabajo, esto es indicado en (3.12). Esta ecuación es usualmente utilizada para estimar el

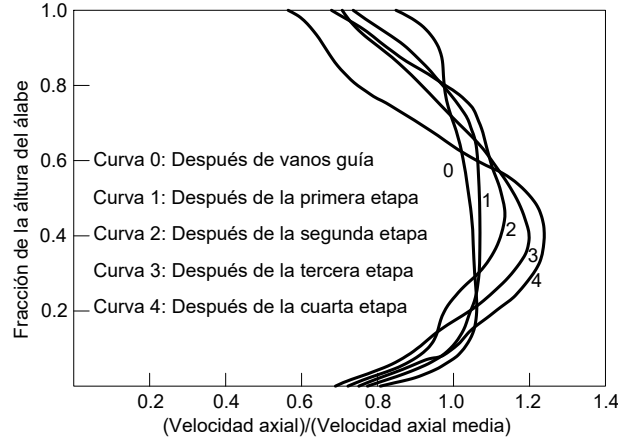


Figura 3.3.1: Perfil de velocidades para las 4 primeras etapas de un compresor axial. Fuente: [Howell \(1945\)](#).

incremento de temperatura total a partir de la velocidad axial y de los ángulos de flujos, parámetros calculados idealmente, esto es, considerando un flujo isoentrópico.

$$w = C_P \Delta T_{0,etapa} = \Omega U c_a (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad (3.12)$$

Debido lo anteriormente mencionado, el valor Ω es alto en la primera etapa (0.96), donde la capa límite es delgada, reduciéndose hasta un valor de 0.85 a partir de la cuarta etapa ([Dixon and Hall, 2014](#)). Para estimar el incremento de una etapa, Howell recomendó utilizar un valor promedio de 0.86. De esta manera, reemplazamos los valores obtenidos en la Tabla 3.3.1 para obtener el incremento de temperatura en una etapa, tal como sigue:

$$\Delta T_{0,etapa} = \frac{\Omega U c_a (\tan \beta_1 - \tan \beta_2)}{C_P}$$

$$\Delta T_{0,etapa} = \frac{(0.86)(253.19 \text{ m/s})(166.07 \text{ m/s}) (\tan(56.74^\circ) - \tan(40.49^\circ))}{(1005 \text{ J/kg} \cdot \text{K})} \approx 24.14 \text{ K}$$

Asimismo, en la Tabla 3.2.1 se establece una temperatura total de entrada de 288.15 K correspondiente a condiciones a nivel del mar, mientras que la temperatura total de salida del compresor fue estimado utilizando la expresión (3.9), el cual entregó un temperatura total de 578.83 K. Por consiguiente, el valor del incremento de temperatura total en el compresor es:

$$\Delta T_{0,compresor} = T_{0,sal} - T_{01} = (578.83 \text{ K}) - (288.15 \text{ K}) \approx 290.68 \text{ K}$$

Con esta información es posible estimar el número de etapas, de la siguiente manera:

$$N_{etapas} = \frac{\Delta T_{0,compresor}}{\Delta T_{0,etapa}} = \frac{(290.68 \text{ K})}{(24.14 \text{ K})} \approx 13 \text{ etapas}$$

Cabe resaltar que solo el álabe rotor realiza el incremento de la temperatura total, razón por la cual se utilizan ángulos de flujo correspondientes a la fila rotora. Además, es necesario realizar un cálculo iterativo para asegurar que se alcance la relación de presión especificada, de lo contrario debe añadirse alguna etapa.

3.3.5. Determinación de los parámetros termodinámicos en cada etapa

Una vez estimado el número de etapas, se realiza un cálculo etapa por etapa para verificar que la relación de presión alcanzada sea igual a la especificada. Para ello, se utilizará el incremento de temperatura para un etapa dado por (2.11), y un factor de disminución de trabajo variable en las primeras etapas de acuerdo a lo recomendado por [Dixon and Hall \(2014\)](#) en la sección anterior. La Tabla 3.3.2 muestra la variación progresiva del factor Ω hasta alcanzar un valor determinado a partir de la cuarta etapa.

Tabla 3.3.2: Factor de disminución de trabajo en cada etapa.

Factor Ω en cada etapa				
1° etapa	2° etapa	3° etapa	4° etapa	última
0.96	0.90	0.87	0.85	

Con esta información se procede a realizar el cálculo etapa por etapa del conjunto de ecuaciones dado por (3.13). En ella se considera como valores iniciales la temperatura total y presión total a condiciones ambientales, de acuerdo a la Tabla 3.2.1. A la vez, los parámetros termodinámicos permiten realizar una estimación de la geometría del compresor axial a lo largo de cada etapa.

$$\begin{aligned}
 T_{0,i} &= T_{0,i-1} + \Omega_i \Delta T_{0,etapa} \\
 \pi_i &= \left[1 + \frac{\eta_P \Omega_i \Delta T_{0,etapa}}{T_{0,i}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\
 p_{0,i} &= p_{0,i-1} \pi_{i-1} \\
 T_i &= T_{0,i} - \frac{c_a^2}{2C_P} \\
 p_i &= \frac{p_{0,i}}{\left[\frac{T_{0,i}}{T_i} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \\
 \rho_{0,i} &= \frac{p_{0,i}}{R_{aire} T_{0,i}} \\
 \rho_i &= \frac{\rho_{0,i}}{\left[\frac{T_{0,i}}{T_i} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}} \\
 A_i &= \frac{\dot{m}}{\rho_i c_a B_i} \\
 H_i &= \frac{A_i}{2\pi r_m} \\
 r_{t,i} &= r_m + H_i \\
 r_{h,i} &= r_m - H_i
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

En cada ecuación la variable i indica la etapa analizada. La cantidad de etapas determinadas en la sección anterior entrega una relación de presión $\pi_c = 9.21$, calculado mediante el conjunto de ecuaciones anterior. En la Tabla 3.3.3 se detalla los resultados de la aplicación de (3.13) en un programa de computadora (ver Anexo B.1). Las Figuras 3.3.2 al 3.3.6 presentan los

Tabla 3.3.3: Resultados de parámetros termodinámicos en cada etapa.

<i>Etapas</i> <i>i</i>	T_{tot} [°C]	T_{est} [°C]	π	P_{tot} [Pa]	P_{est} [Pa]	ρ_{tot} [kg/m ³]	ρ_{est} [kg/m ³]	r_{cubo} [cm]	$r_{carcaza}$ [cm]
1	288.15	274.43	1.337	101325	85419	1.225	1.084	26.86	13.43
2	313.41	299.69	1.278	134443	114944	1.494	1.336	25.65	14.65
3	337.83	324.11	1.247	171783	148578	1.771	1.597	24.79	15.51
4	361.68	347.96	1.224	214179	187063	2.062	1.872	24.14	16.16
5	385.54	371.82	1.209	262081	230861	2.367	2.162	23.63	16.66
6	409.40	395.68	1.196	316820	281186	2.695	2.475	23.22	17.08
7	433.25	419.53	1.185	378888	338526	3.046	2.810	22.88	17.42
8	457.11	443.39	1.174	448779	403372	3.419	3.168	22.59	17.71
9	480.97	467.25	1.165	526991	476221	3.816	3.550	22.35	17.95
10	504.82	491.10	1.157	614028	557572	4.236	3.954	22.14	18.15
11	528.68	514.96	1.150	710396	647931	4.680	4.382	21.96	18.33
12	552.54	538.82	1.143	816605	747804	5.147	4.833	21.81	18.49
13	576.39	562.67	1.137	933167	857702	5.638	5.309	21.68	18.62

resultados de los demás parámetros. Además, en la Figura 3.3.4, se indicó la mínima presión total en la salida del compresor dado por (3.8).

En la Figura 3.3.4, se observa que la presión total a la salida del compresor supera el límite, por lo que debe tenerse en cuenta durante el análisis y dimensionamiento de cada etapa de manera tal de obtener un valor más aproximado al especificado. Los resultados de los parámetros termodinámicos generan, mediante la ecuación de conservación de masa, la geometría radial del compresor axial. La Figura 3.3.6 muestra los radios correspondientes a la parte inferior, media y superior del álabe en cada etapa.

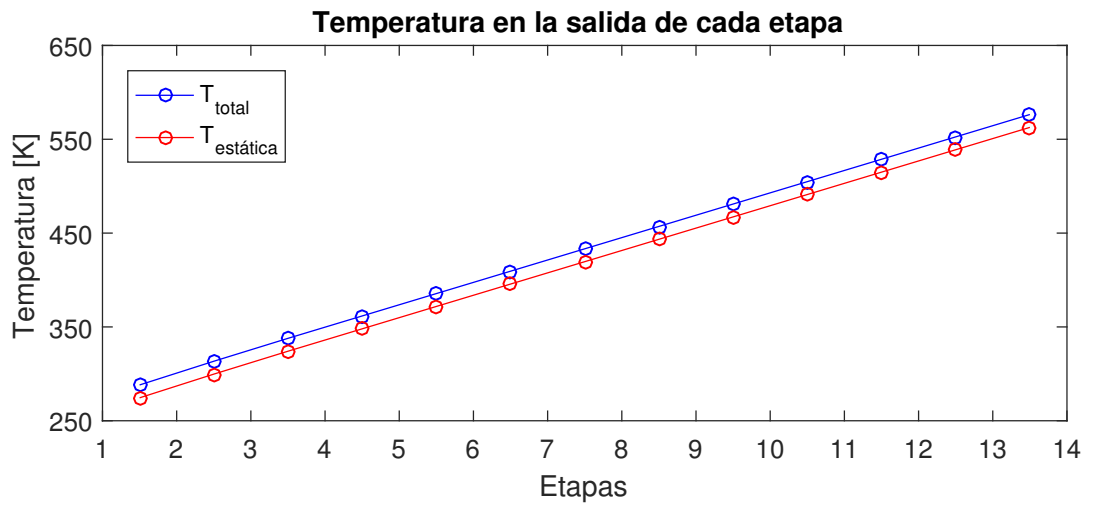


Figura 3.3.2: Variación de la temperatura total y estática en cada etapa. Fuente: Propia.

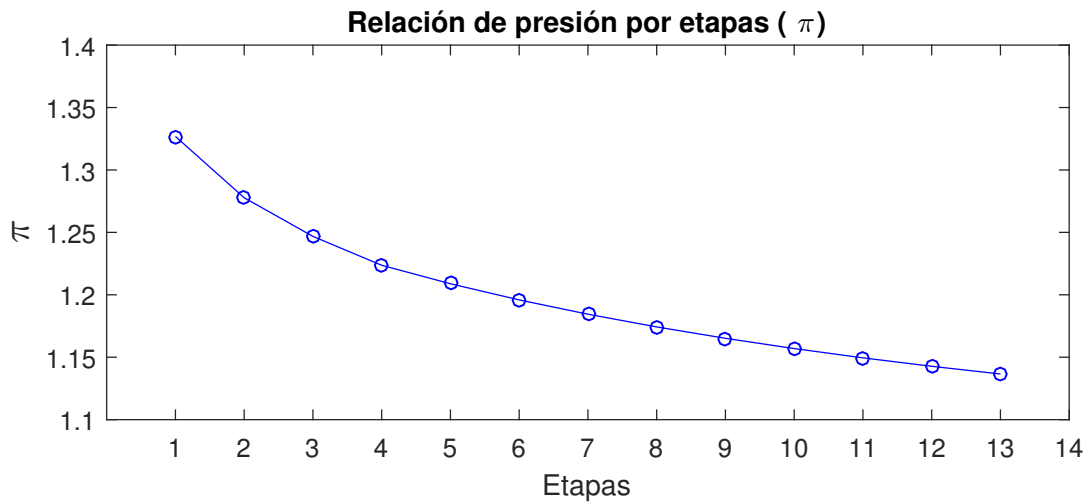


Figura 3.3.3: Variación de la relación de presión en cada etapa. Fuente: Propia.

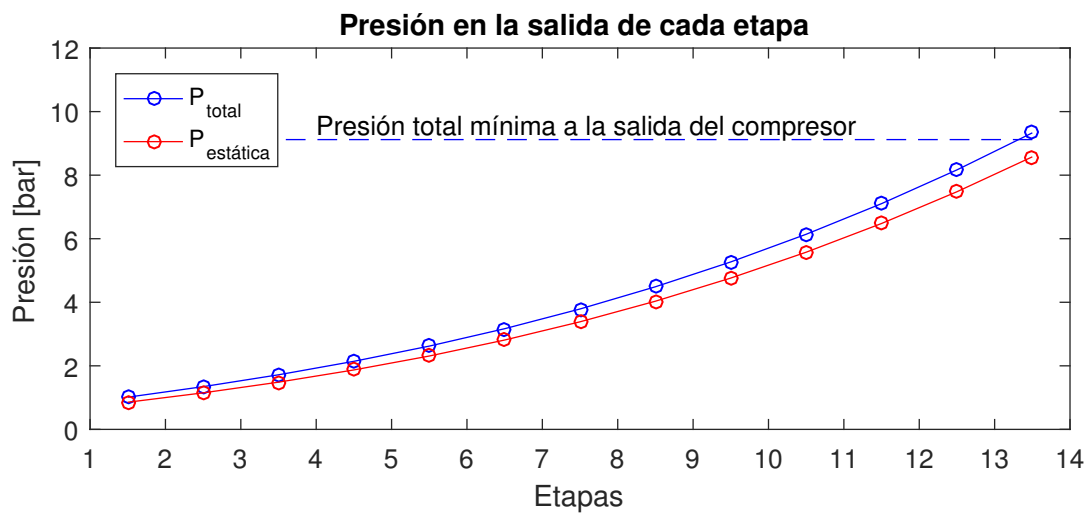


Figura 3.3.4: Variación de la presión total y estática en cada etapa. Fuente: Propia.

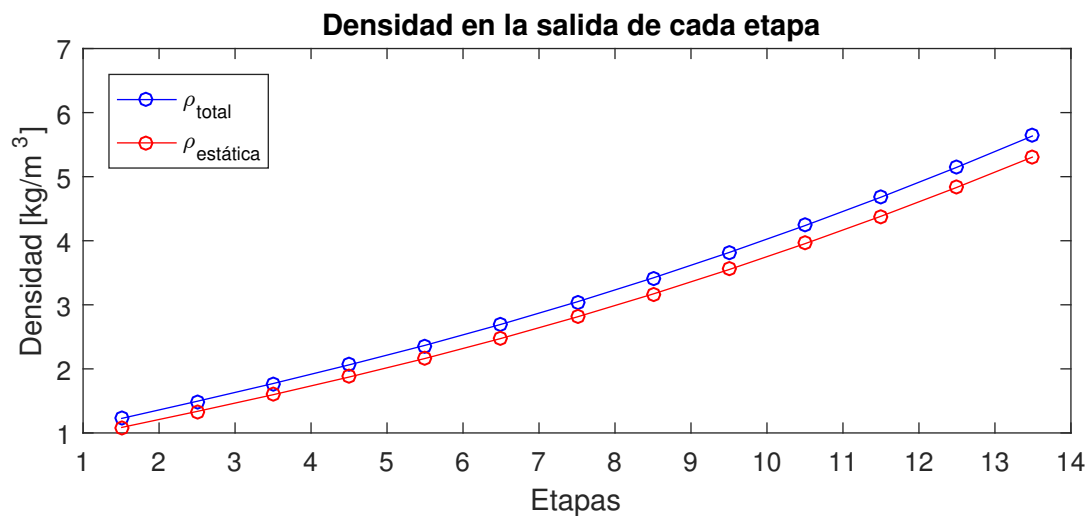


Figura 3.3.5: Variación de la densidad total y estática en cada etapa. Fuente: Propia.

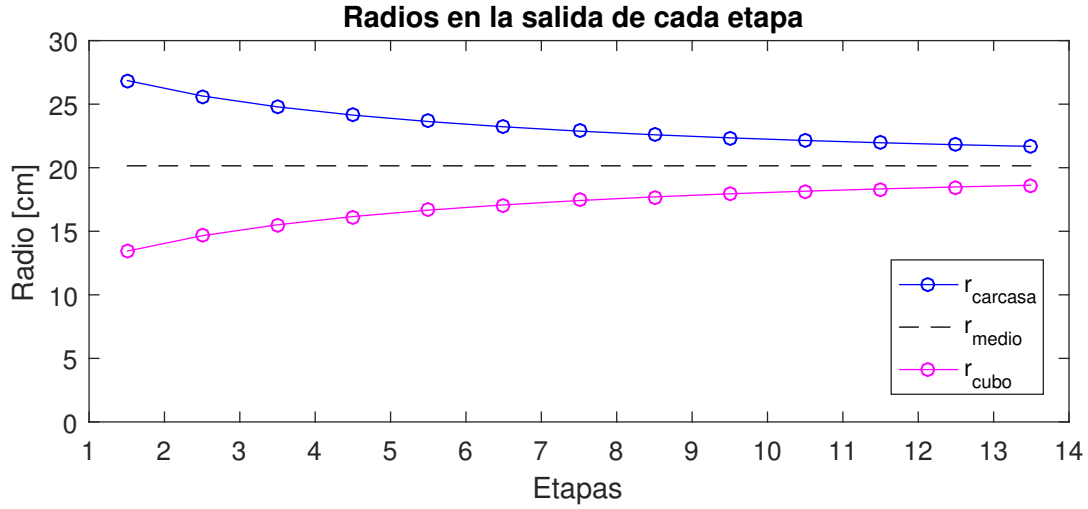


Figura 3.3.6: Variación del radio de la carcasa y del cubo en cada etapa. Fuente: Propia.

3.4. Diseño Tridimensional del Álabes de Compresor Axial

El análisis previo contempla un enfoque bidimensional, es decir, un flujo desarrollado con dirección axial y tangencial en la línea media. Lo siguiente es realizar la descripción del flujo en cada posición radial, para ello agregamos la suposición de flujo axisimétrico ($\partial/\partial\theta = 0$). Mediante esta suposición se calcula un perfil de velocidades radial, el cual es el mismo para cada posición angular θ en un determinado plano transversal, esto equivale a utilizar un número infinito de álabes. Adicionalmente, se considerará una luz radial nula en el extremo superior del álabes rotor y un desplazamiento radial nulo lo que creará unas superficies de corriente anulares dentro de las filas de álabes que requieren de un equilibrio radial antes y después de cada fila (Farokhi, 2014).

La suposición de flujo adiabático implica que el único mecanismo de transferencia de energía hacia el fluido es la potencia mecánica del eje, mientras que la suposición de flujo no viscoso y sin transferencia de calor elimina la formación de la capa límite viscosa y térmica. En resumen, el único mecanismo de intercambio de energía y transferencia de momento es la presión del fluido y no la viscosidad molecular o la conductividad térmica del fluido, además, la combinación de un flujo adiabático y no viscoso crea un entorno isoentrópico ficticio para la interacción de los álabes con el fluido de trabajo (Farokhi, 2014). La Figura 3.4.1 muestra las superficies de corriente cilíndricas ψ las cuales entran y salen de la fila de álabes en un conducto circular resultado de todas las suposiciones presentadas.

De acuerdo a las suposiciones previas, todos los parámetros del problema están solo en función del radio r . Por ello, primero debe especificarse una distribución de velocidades tangenciales a lo largo de cada radio para luego calcular la distribución de velocidad axial. En este enfoque, el cual es conocido como el *método de diseño de vórtice*, la distribución de presión es impuesta por un equilibrio radial en las superficies de corriente resultando en una función de la fuerza centrífuga, tal como se expresa en (3.14).

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{dp}{dr} = \rho \frac{c_\theta^2}{r} \quad (3.14)$$

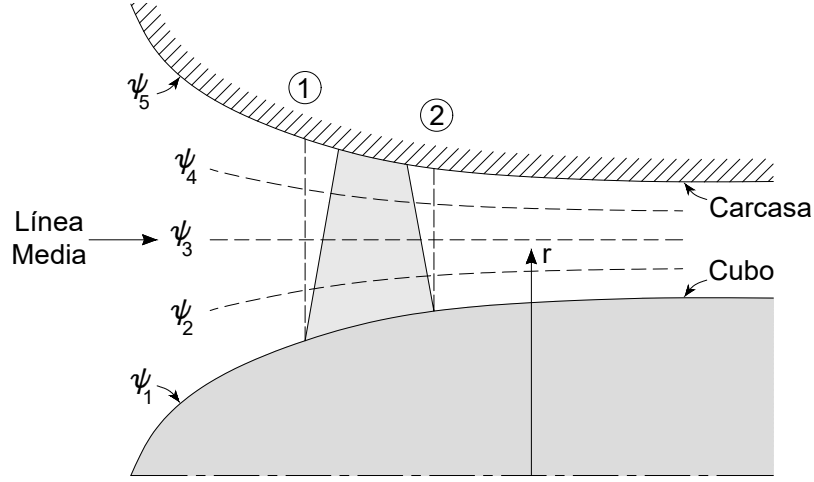


Figura 3.4.1: Superficies de corriente cilíndricas ψ a través de un álabe. Fuente: Propia.

Utilizando esta expresión puede conocerse la distribución de trabajo a lo largo del álabe siguiendo la ecuación de Euler dado por (3.15).

$$w_c = h_{t,2} - h_{t,1} = \omega (r_2 c_{\theta,2} - r_1 c_{\theta,1}) \quad (3.15)$$

3.4.1. Diseño de Vórtice

Este método de diseño conlleva a la definición de un perfil de distribución de velocidades tangenciales en la salida del álabe a partir de un valor dado en la línea media. Asimismo, los tipos de perfiles obedecen a los denominados diseño de vórtice libre, vórtice forzado o un caso más general, siendo la primera la metodología que se aplicará en esta sección.

El análisis partirá de la ecuación de entalpía total en un marco de referencia absoluta, el cual está dado por (3.16).

$$h_t \equiv h + \frac{c_a^2}{2} + \frac{c_\theta^2}{2} \quad (3.16)$$

Derivando la expresión anterior se obtiene (3.17).

$$\frac{dh_t}{dr} = \frac{dh}{dr} + c_a \frac{dc_a}{dr} + c_\theta \frac{dc_\theta}{dr} \quad (3.17)$$

Por otro lado, la entalpía de un sistema se define como (3.18).

$$h = u + pv \quad (3.18)$$

Donde la variación de la misma se expresa como (3.19).

$$dh = du + pdv + dpv \quad (3.19)$$

Utilizando la ecuación de Gibbs, $du = Tds - pdv$, para reemplaza en (3.19) se obtiene (3.20).

$$dh = Tds + vdp = Tds + \frac{1}{\rho} dp \quad (3.20)$$

Considerando la variación de las magnitudes con respecto del radio y ordenando se tiene (3.21).

$$T \frac{ds}{dr} = \frac{dh}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (3.21)$$

Reemplazamos la expresión (3.21) en (3.17), resultando en (3.22).

$$\underbrace{\frac{dh_t}{dr}}_{\text{perfil de trabajo del álabe}} = \underbrace{T \frac{ds}{dr}}_{\text{perfil de pérdidas del álabe}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}}_{\text{perfil de presión estática}} + \underbrace{c_a \frac{dc_a}{dr}}_{\text{perfil de velocidad axial}} + \underbrace{c_\theta \frac{dc_\theta}{dr}}_{\text{perfil de rotación}} \quad (3.22)$$

Este resultado nos muestra un término especial que es el perfil de pérdidas del álabe. La particularidad radica en que dicho término esta basado en resultados experimentales los cuales generalmente son propiedad del fabricante. Por ello, es normal ignorar este término como un primer intento en el establecimiento de los gradientes de presión y velocidad en la salida de la primera fila de álabes (Farokhi, 2014). De esta manera, al definir un perfil de velocidades tangenciales, c_θ , podemos obtener el perfil de velocidades axiales, mediante la integración de la expresión (3.23), donde se utilizó la ecuación (3.14) para reemplazar el valor del perfil de presión estática.

$$\frac{1}{2} \frac{dc_a^2}{dr} = \frac{dh_t}{dr} - T \frac{ds}{dr} - \frac{c_\theta^2}{r} - c_\theta \frac{dc_\theta}{dr} \quad (3.23)$$

Esta última expresión puede ser ordenada como en (3.24), de manera que pueda apreciarse la variación del momento angular.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dr} (c_a^2) = \frac{dh_t}{dr} - T \frac{ds}{dr} - \frac{c_\theta}{r} \frac{d}{dr} (rc_\theta) \quad (3.24)$$

Para el análisis de esta ecuación usamos el método denominado *método de vórtice libre*, dado así pues, en la teoría de flujo potencial de la mecánica de fluidos, la velocidad circunferencial del fluido en un vórtice, v_θ , es especificado mediante su circulación, Γ , como (3.25).

$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \rightarrow rv_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} = \text{constante} \quad (3.25)$$

Por ende, la expresión (3.26),

$$rc_\theta = \text{constante} \quad (3.26)$$

es designada como un vórtice libre (Johnson, 2016).

Para el caso estudiado en el que no se consideran álabes guía, no existe prerotación en el flujo de ingreso a la primera fila rotora, por tanto se cumple (3.27).

$$c_{\theta,1} = 0 \quad (3.27)$$

Reemplazando (3.25) y (3.27) en la ecuación de Euler (3.15), obtenemos (3.28).

$$h_{t,2} - h_{t,1} = \omega (r_2 c_{\theta,2} - r_1 c_{\theta,1}) = \omega (r_2 c_{\theta,2}) = \text{constante} \quad (3.28)$$

La expresión anterior nos indica que el diseño de vórtice libre induce a un trabajo constante a lo largo de la envergadura del álabe. Esto se resume en (3.29).

$$\frac{dh_t}{dr} = \frac{d}{dr} (rc_\theta) = 0 \quad (3.29)$$

Dicha expresión puede ser evaluada en (3.24), resultando en (3.30).

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{c_a^2}{2} \right) = -T \frac{ds}{dr} \quad (3.30)$$

Esto conlleva a que el perfil de velocidad axial sea función de la distribución de pérdidas en cada posición radial del álabe. Sin embargo, de lo mencionado anteriormente, esto puede ser despreciado. Para ello debe cumplirse (3.31).

$$c_a = c_{a,2} = \text{constante} \quad (3.31)$$

Así concluimos que el método de diseño de vórtice libre, para una fila de álaves rotora sin vanos guía, entrega un perfil de velocidad axial constante a la salida de la misma. De igual manera, la ecuación (3.26) describe el perfil de velocidad tangencial como función del radio mediante (3.32).

$$c_{\theta(r)} = \pm \frac{a}{r}, \quad a = \text{constante} \quad (3.32)$$

En esta última expresión, el signo positivo describe el giro del flujo inducido por el rotor y el signo negativo significa la eliminación de dicha rotación mediante el estator, manteniendo así, la velocidad axial constante a la salida del mismo. Examinando el grado de reacción dado por (2.25), podemos reemplazar el perfil de velocidades tangenciales generados por el rotor y presentado por (3.32), para obtener (3.33).

$${}^\circ R_{(r)} = 1 - \frac{c_{\theta,1} + c_{\theta,2}}{2\omega r} = 1 - \frac{0 + \frac{a}{r}}{2\omega r} = 1 - \frac{\frac{a}{\omega}}{2r^2} \quad (3.33)$$

Con el fin de obtener el grado de reacción en función de la relación entre la posición radial y el radio medio, insertamos la variable r_m en el segundo sumando de la expresión anterior.

$${}^\circ R_{(r)} = 1 - \frac{\frac{a}{\omega r_m^2}}{2\left(\frac{r}{r_m}\right)^2} \quad (3.34)$$

Evaluando (3.34) para $r = r_m$, donde ${}^\circ R_{(r)} = {}^\circ R_m$, se obtiene (3.35).

$$\frac{a}{\omega r_m^2} = 2(1 - {}^\circ R_m) \quad (3.35)$$

Finalmente, reemplazando (3.35) en (3.34), el grado de reacción estará dado por (3.36).

$${}^\circ R_{(r)} = 1 - \frac{1 - {}^\circ R_m}{\left(\frac{r}{r_m}\right)^2} \quad (3.36)$$

Esta expresión describe el valor del grado de reacción a lo largo de la envergadura del álabe, para diversos valores en el radio medio. En la Figura 3.4.2 se observa dichas variaciones para la primera fila rotora, donde resalta el caso presentado de ${}^\circ R_m = 78\%$. Cabe señalar que el grado de reacción no debe ser negativo para cualquier radio pues, tal caso es propio del comportamiento de las turbinas, en la que se desea una expansión en lugar de una compresión. Para determinar el perfil de velocidades tangenciales se calculará el valor de la constante a de la ecuación (3.32), evaluando en el valor del grado de reacción del radio medio en (3.33). Esta última expresión puede ser ordenada como (3.37).

$$a = 2U_m r_m (1 - {}^\circ R_m) \quad (3.37)$$

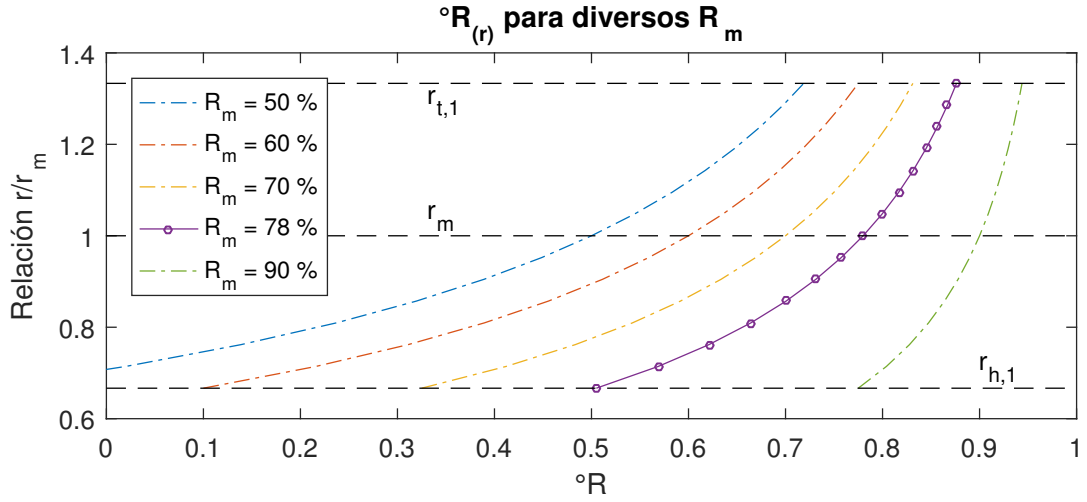


Figura 3.4.2: Variación del grado de reacción a lo largo de la envergadura del álabe. Fuente: Propia.

Reemplazando los valores correspondientes se obtiene:

$$a = 2(253.19 \text{ m/s})(0.2015 \text{ m}) (1 - (0.78)) \approx 22.45$$

Con este valor de a se calcula el valor de la velocidad tangencial en cada posición radial de la primera fila de álabes rotores. Estos valores son presentados en la Figura 3.4.3.

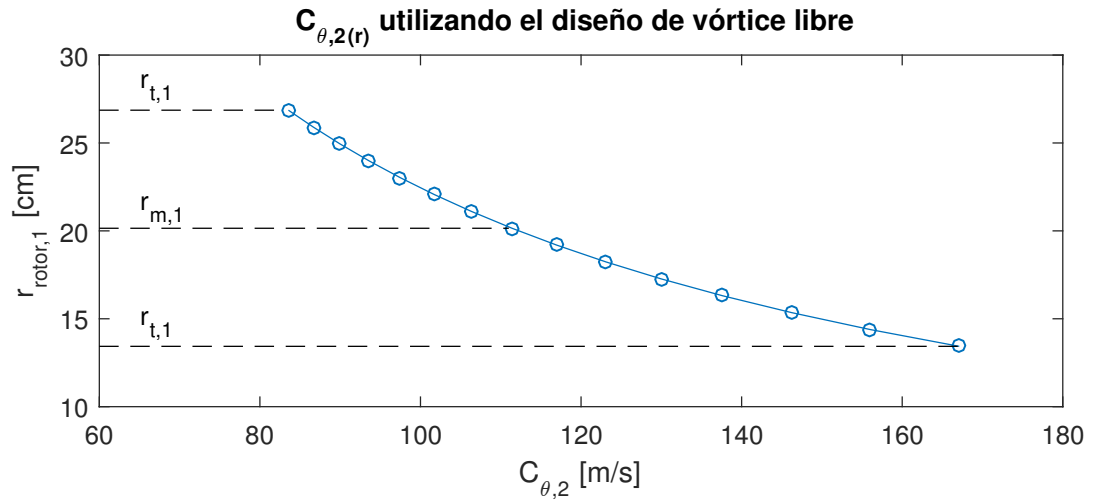


Figura 3.4.3: Perfil de velocidades tangenciales en la salida de la primera fila rotora. Fuente: Propia.

3.4.2. Álabe Rotor

El procedimiento de diseño del álabe rotor inicia con la determinación de la cuerda de dicho álabe. Para ello, se debe analizar el efecto del número de Reynolds en el pasaje de álabes, considerando que un valor correspondiente a un flujo laminar permite el incremento del gradiente de presión adverso, lo que conlleva a la separación de la capa límite. La Figura 3.4.4

muestra los resultados experimentales de Koch (1981), donde se aprecia el rápido incremento del coeficiente de pérdida de presión total y del ángulo de desviación del flujo de salida a bajos números de Reynolds. Esta información establece, entonces, un número de Reynolds mínimo de 200 000. A su vez, a partir de un valor mayor a 500 000 la eficiencia permanece constante (Farokhi, 2014). Para este caso, se calcula la cuerda considerando un valor de $Re = 330\,000$, a partir de la relación dada por (3.38).

$$Re = \frac{\rho w \ell}{\mu} = 330000 \quad (3.38)$$

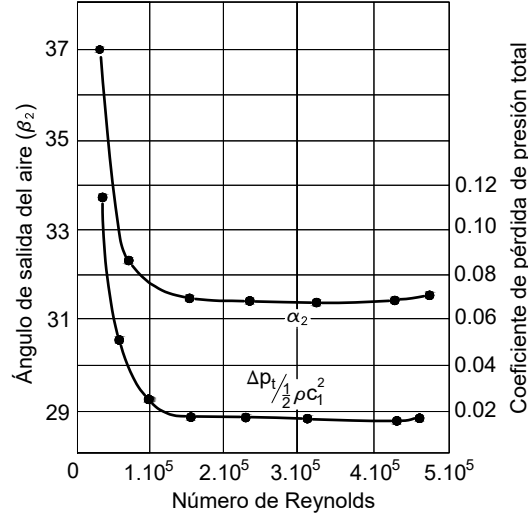


Figura 3.4.4: Resultados experimentales sobre el efecto el número de Reynolds en la pérdida de presión total y en el ángulo de salida de flujo. Fuente: Farokhi (2014).

Sin embargo, el cálculo debe suponer un escenario de máxima altura de vuelo de la aeronave, donde la densidad es menor que la correspondiente a 0 msnm. Asumiendo una altura de 16 km, se determina el valor de la densidad y de la viscosidad absoluta del aire correspondientes de acuerdo al modelo ISA (Atmósfera Estándar Internacional, por sus siglas en inglés). Con los valores determinados, $\rho = 0.165420 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 0.0000143226 \text{ Pa.s}$, se estima la longitud de la cuerda del álabe usando la expresión anterior.

$$\ell_R = \frac{Re \mu}{\rho w_{m,1}} = \frac{(330\,000)(0.0000143226 \text{ Pa.s})}{(0.165420 \text{ kg/m}^3)(302.80 \text{ m/s})} \approx 9.5 \text{ cm}$$

El valor de la cuerda del álabe es reemplazada en la ecuación (2.34) para determinar el valor del espaciamiento s de los álaves rotores. De esta manera, se obtiene:

$$s_R = \frac{0.095 \text{ m}}{1.25} \approx 7.6 \text{ cm}$$

Este valor de espaciamiento establecerá el número de álaves en la primera fila rotora $N_{b_{r1}}$, mediante (2.37):

$$N_{b_{r1}} = \frac{2\pi r_m}{s_R} = \frac{2\pi(0.2015 \text{ m})}{(0.076 \text{ m})} \approx 17$$

Es evidente, entonces, que el número de Reynolds determinará la longitud de la cuerda en cada posición radial. De esta manera, podemos establecer una variación radial de la cuerda

del álabe desde un valor mayor en la parte adyacente al cubo hasta uno menor en el extremo opuesto. La Figura 3.4.5 muestra el valor del número de Reynolds, el cual se encuentra en los límites mencionados. Para calcular esta magnitud se estableció una variación lineal desde un valor de cuerda de 10 cm hasta un valor de 9 cm. Es importante resaltar que la reducción progresiva de la cuerda del álabe en la dirección radial es necesaria para reducir el esfuerzo centrífugo.

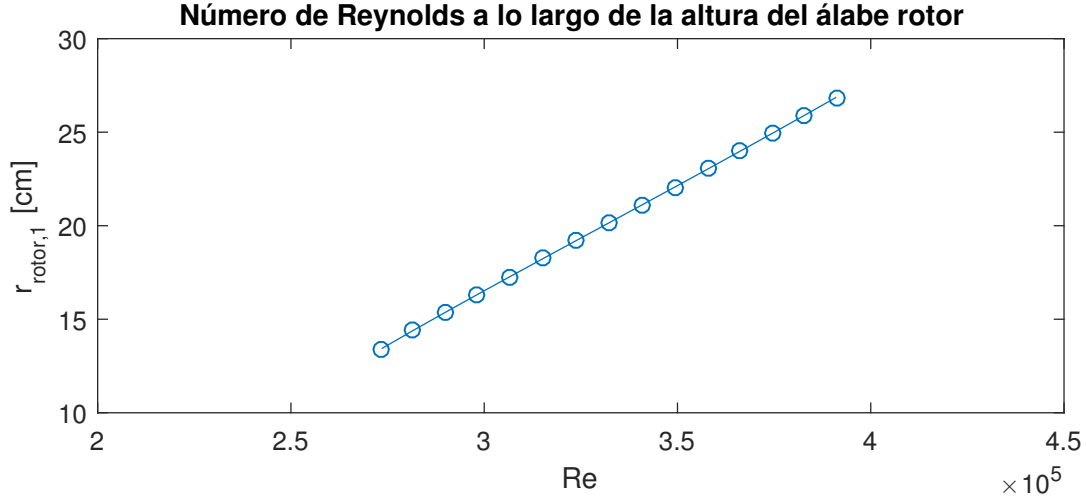


Figura 3.4.5: Número de Reynolds a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.

De acuerdo a expuesto en la sección 3.3.3, hasta este punto, el procedimiento de cálculo debe garantizar que el valor del factor de difusión no exceda el límite crítico de 0.5, siendo recomendable un valor por debajo de 0.46. Este factor puede ser calculado en cada posición radial puesto que, en la sección previa se determinó el perfil de velocidades tangencial. Es decir, utilizando esta información se determina los componentes del triángulo de velocidades en cada radio r .

La Figura 3.4.6 muestra los diversos valores del factor de difusión dado por (2.31) a lo largo de la envergadura del álabe para varios grados de reacción, donde el valor de la solidez en la fila rotora, σ_R , se calculó a partir de la expresión (2.37) utilizando el número de álabes anteriormente calculado. Además, se observa que el diseño propuesto no excede el valor límite en cualquier posición radial. Cabe destacar, entonces, que el valor del grado de reacción en la línea media de 78 % no se eligió arbitrariamente, sino fue el resultado de un proceso iterativo.

Establecidos los triángulos de velocidades, calculamos el número de Mach correspondiente a la velocidad relativa de entrada al pasaje de álabes rotores. Esto permite evaluar el régimen de flujo en el que se encuentra la fila rotora con el objeto de seleccionar el perfil aerodinámico.

Para el caso de flujo subsónico se utilizan perfiles NACA de la serie 65, derivados de los perfiles alares, mientras que para el caso de flujo supersónico, los perfiles usados son los DCA (Doble Arco Circular), MCA (Múltiples Arcos Circulares) y perfiles Joukowski (Farokhi, 2014). Asimismo, en un régimen transónico, se ha vuelto común el uso del perfil DCA (Ersavas, 2011).

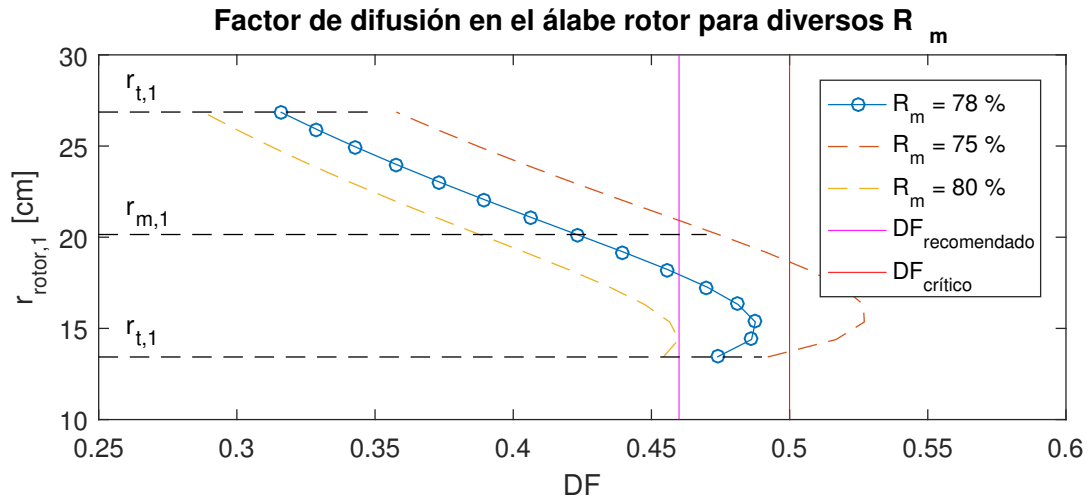


Figura 3.4.6: Factor de difusión a lo largo de la envergadura del álabe para diversos R_m . Fuente: Propia.

De acuerdo a la Figura 3.4.7, el flujo a través de dicho pasaje presenta, en promedio, un régimen transónico con una mayor intensidad en la zona adyacente a la carcasa del compresor. Por lo tanto, se empleará el perfil DCA en cada sección de la envergadura del álabe rotor. Los principales parámetros del perfil son: el ángulo de curvatura θ , la cuerda c , el radio r_0 y el diámetro t_b que definen los espesores del álabe en los extremos y en la zona media, respectivamente. Debido a razones prácticas en la fabricación de los álabes y a la vez evitar el incremento de las pérdidas por ondas de choque se seleccionará un valor de $r_0 = 0.5\%$ (Ersavas, 2011).

La Figura 3.4.8 muestra la geometría descrita por dichos parámetros, además de los radios R_C y R_L correspondientes a las circunferencias superior e inferior, que a su vez, representan la superficie de succión y de presión, respectivamente.

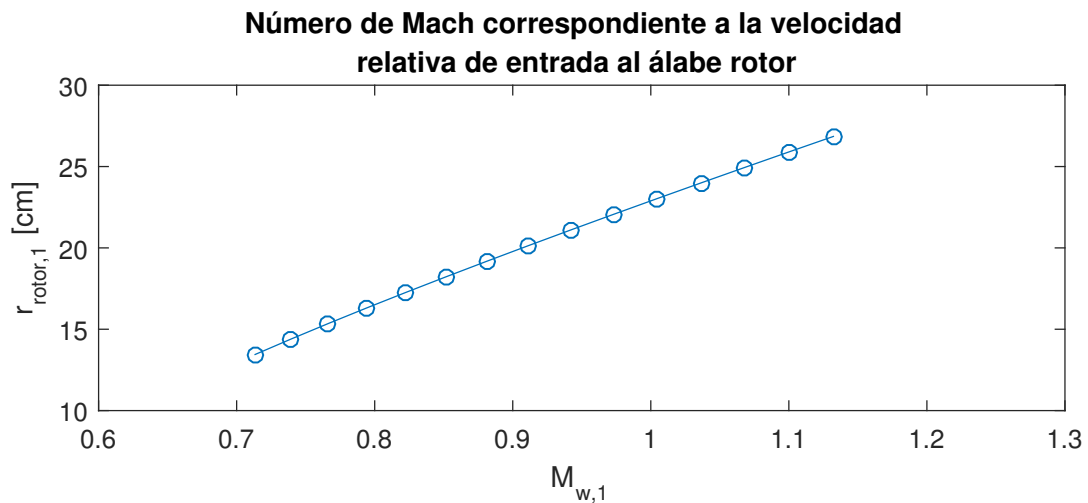


Figura 3.4.7: Número de Mach de entrada a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.

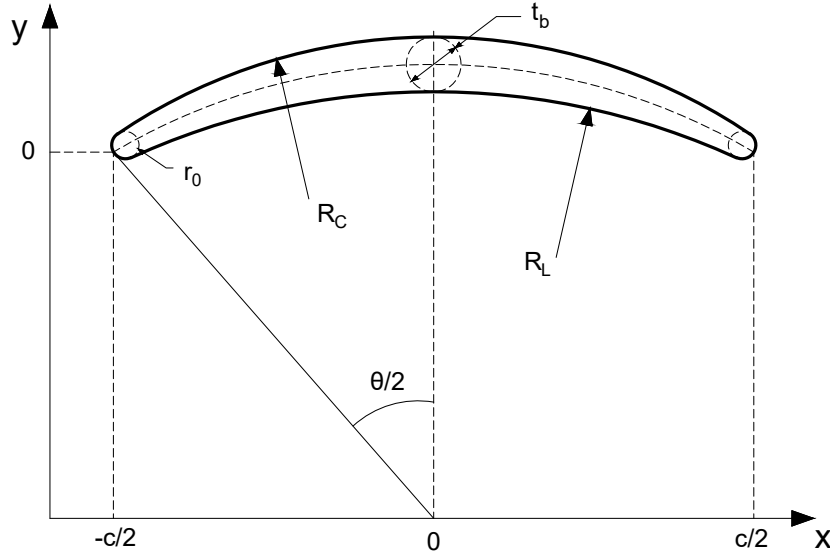


Figura 3.4.8: Parámetros del perfil DCA. Fuente: Aungier (2003).

Ángulo de Incidencia

La selección del perfil aerodinámico conlleva a la determinación de su ubicación, esto es, situar dicho perfil con un ángulo de calado, además de un ángulo de curvatura y una longitud de cuerda. Sin embargo, esta posición debe asegurar un mínimo de pérdidas en la presión total debido al desprendimiento de la capa límite. Por tanto, se debe determinar el ángulo de calado que garantice tal escenario.

El ángulo de ataque es el parámetro que se suele usar para determinar el ángulo de calado cuando se utilizan perfiles NACA. Para el caso estudiado, se emplea el ángulo de incidencia i pues, es posible determinarlo mediante (2.19) a diferencia de los perfiles NACA, donde los parámetros κ_1 y κ_2 no están bien definidos. Este ángulo de incidencia es el resultado de la distribución de los flujos hacia la zona de presión y a la de succión, los cuales modifican el ángulo con el que ingresa el flujo al pasaje de álabes. De esta manera, Lieblein (1959) desarrolló una correlación para el cálculo del ángulo de incidencia de diseño a partir de los resultados experimentales de Johnsen and Bullock (1965), el cual es expresado en (3.39).

$$i^* = K_{sh} K_{t,i} (i_0^*)_{10} + n\theta \quad (3.39)$$

Cada parámetro es calculado usando métodos gráficos que implica revisar los diagramas desarrollados por Herrig et al. (1951) y Johnsen and Bullock (1965). No obstante, Aungier (2003) desarrolló modelos empíricos basados en estos diagramas.

En ese sentido, la variable $(i_0^*)_{10}$ o ángulo de incidencia de diseño para un ángulo de curvatura θ nulo, que encierra el primer término del lado derecho de la ecuación (3.39), puede ser calculada mediante la ecuación empírica (3.40).

$$(i_0^*)_{10} = \frac{\beta_1^p}{5 + 46e^{-2.3\sigma}} - 0.1\sigma^3 e^{\left(\frac{\beta_1 - 70}{4}\right)} \quad (3.40)$$

Donde el valor de p , se calcula usando (3.41).

$$p = 0.914 + \frac{\sigma^3}{160} \quad (3.41)$$

Además, la variable K_{sh} representa el factor de corrección debido a la forma del álabe, cuyo valor es de 0.7 para perfiles DCA (Aungier, 2003). De igual manera, la variable $K_{t,i}$ es el factor de corrección debido al espesor del perfil, el mismo que es calculado usando el modelo empírico (3.42).

$$K_{t,i} = \left(10 \frac{t_b}{\ell}\right)^q \quad (3.42)$$

Donde, q es determinado mediante (3.43).

$$q = \frac{0.28}{\left[0.1 + \left(\frac{t_b}{\ell}\right)^{0.3}\right]} \quad (3.43)$$

Por último, n es calculado utilizando el modelo (3.44).

$$n = 0.025\sigma - 0.06 - \frac{\left(\frac{\beta_1}{90}\right)^{(1+1.2\sigma)}}{1.5 + 0.43\sigma} \quad (3.44)$$

Ángulo de desviación

El ángulo de desviación, representado por (2.20), es el resultado de la interacción entre los flujos de salida en la zona de presión y de succión del álabe. Al igual que el caso anterior, el ángulo de flujo de salida se modifica debido a este fenómeno, el cual es estudiado por Johnsen quien propone una ecuación similar a la de Lieblein. Esta expresión es representada por (3.45), donde K_{sh} es el mismo factor de corrección debido a la forma del perfil estudiado anteriormente.

$$\delta^* = K_{sh} K_{t,\delta} (\delta_0^*)_{10} + m\theta \quad (3.45)$$

Al igual que el ángulo de incidencia, todos los parámetros son determinados utilizando métodos gráficos. Sin embargo, en el presente trabajo de tesis se utilizan los modelos empíricos de Aungier. Así, la variable $K_{t,\delta}$ es el factor de corrección por espesor del perfil aerodinámico dado por (3.46).

$$K_{t,\delta} = 6.25 \left(\frac{t_b}{\ell}\right) + 37.5 \left(\frac{t_b}{\ell}\right)^2 \quad (3.46)$$

De igual manera, (δ_0^*) es el ángulo de desviación considerando un ángulo de curvatura nulo. El modelo propuesto por Aungier es presentado en (3.47).

$$(\delta_0^*)_{10} = 0.01\sigma\beta_1 + [0.74\sigma^{1.9} + 3\sigma] \left(\frac{\beta_1}{90}\right)^{(1.67+1.09\sigma)} \quad (3.47)$$

Asimismo, el parámetro de pendiente m es expresado como función de la solidez σ tal como en (3.48).

$$m = \frac{m_{1.0}}{\sigma^b} \quad (3.48)$$

Donde $m_{1,0}$, para líneas medias basadas en arcos circulares se determina mediante (3.50).

$$m_{1,0} = 0.249 + 0.074 \left(\frac{\beta_1}{100} \right) - 0.132 \left(\frac{\beta_1}{100} \right)^2 + 0.316 \left(\frac{\beta_1}{100} \right)^3 \quad (3.49)$$

Por último, el parámetro b se calcula utilizando (3.50).

$$b = 0.9625 - 0.17 \left(\frac{\beta_1}{100} \right) - 0.85 \left(\frac{\beta_1}{100} \right)^3 \quad (3.50)$$

Cálculo del ángulo de curvatura y ángulo de calado de los perfiles DCA

Una vez ilustrados los conceptos de ángulo de incidencia y ángulo de desviación, es necesario establecer una relación, utilizando las expresiones presentadas anteriormente, para determinar el ángulo de curvatura y el ángulo de calado del perfil en cada posición radial.

Para ello despejamos los ángulos de entrada y salida del álabe, κ_1 y κ_2 respectivamente, de las ecuaciones (2.19) y (2.20) para reemplazarlos en la ecuación (2.16). Esta operación da como resultado la expresión (3.51).

$$\theta = \kappa_1 - \kappa_2 = (\beta_1 - \beta_2) - (i - \delta) \quad (3.51)$$

Luego reemplazamos las ecuaciones que determinan el ángulo de incidencia y el ángulo de desviación, (3.44) y (3.45) respectivamente, en (3.51) para obtener:

$$\begin{aligned} \theta &= (\beta_1 - \beta_2) - (K_{sh}K_{t,i}(i_0^*)_{10} + n\theta - K_{sh}K_{t,\delta}(\delta_0^*)_{10} + m\theta) \\ (1 + n - m)\theta &= (\beta_1 - \beta_2) - (K_{sh}K_{t,i}(i_0^*)_{10} - K_{sh}K_{t,\delta}(\delta_0^*)_{10}) \\ \theta &= (1 + n - m)^{-1} [(\beta_1 - \beta_2) - (K_{sh}K_{t,i}(i_0^*)_{10} - K_{sh}K_{t,\delta}(\delta_0^*)_{10})] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Encontrado el valor de θ , calculamos el valor del ángulo de incidencia de diseño i^* y el ángulo de desviación correspondiente δ^* mediante las ecuaciones (3.39) y (3.45). Esta información entregará el valor de los ángulos de entrada y salida del álabe, κ_1 y κ_2 , usando (2.19) y (2.20). Por último, aplicamos la expresión (3.53) utilizada para calcular el ángulo de calado (Farokhi, 2014).

$$\xi = \beta_1 - \frac{\theta}{2} - i^* \quad (3.53)$$

La Figura 3.4.9 muestra el resultado del cálculo del ángulo de curvatura, donde se observa que es inversamente proporcional a la posición radial $r_{rotor,1}$. Asimismo, las Figuras 3.4.10 y 3.4.11 exhiben el ángulo de incidencia y desviación, respectivamente.

De igual manera, la Figura 3.4.12 ilustra la variación del ángulo de calado, el cual determina la orientación del perfil en cada posición radial. A continuación, en la Tabla 3.4.1 se resume los resultados correspondientes a la geometría del álabe rotor.

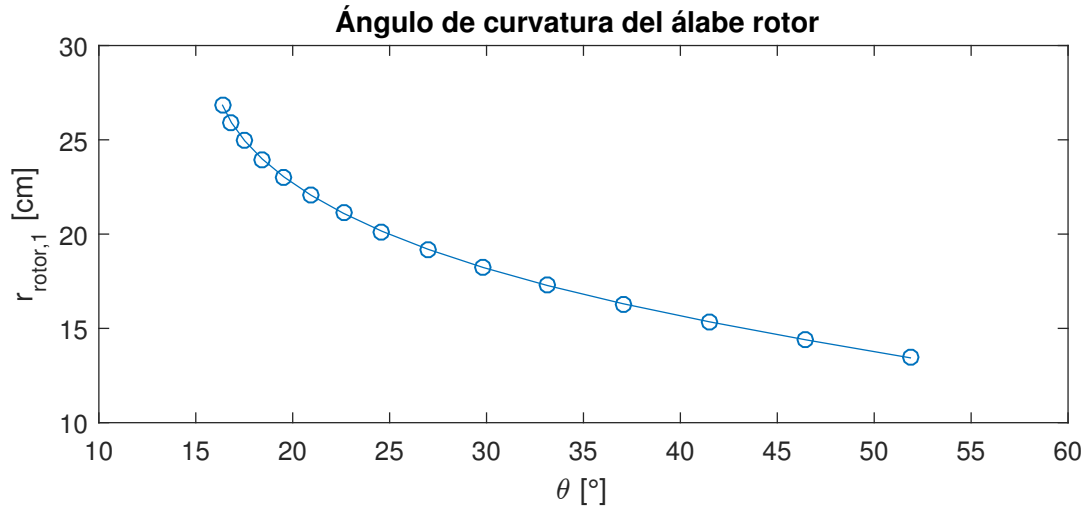


Figura 3.4.9: Ángulo de curvatura a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.

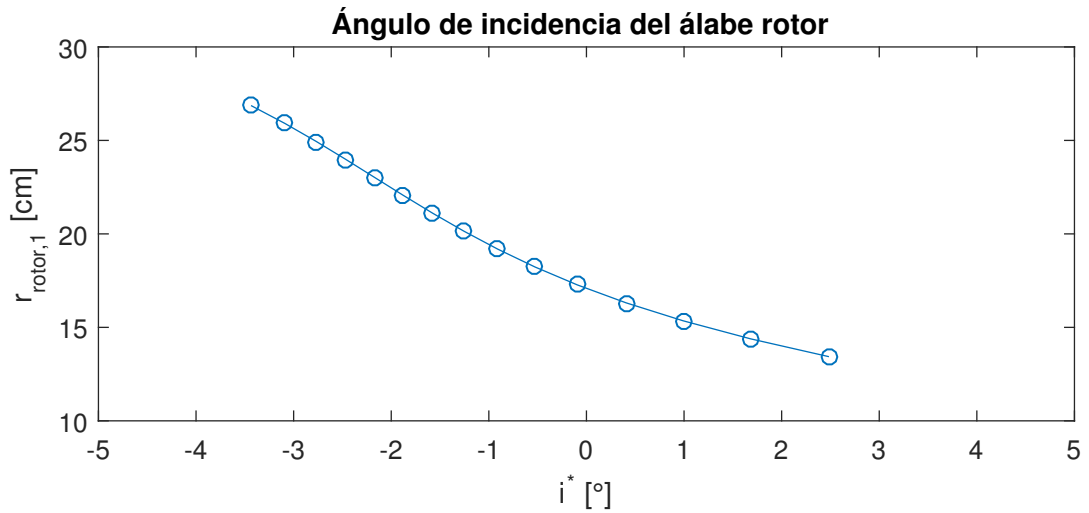


Figura 3.4.10: Ángulo de incidencia de diseño a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.

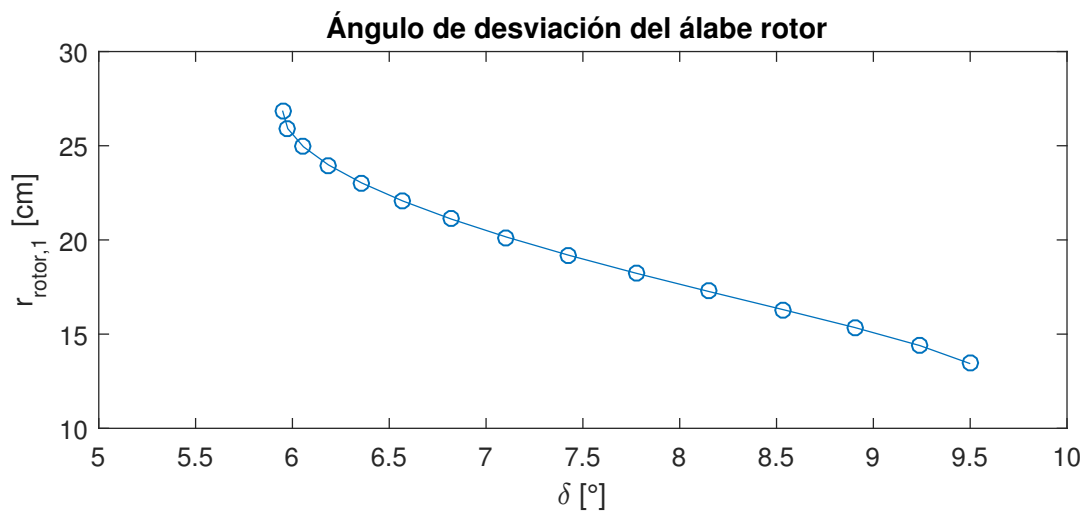


Figura 3.4.11: Ángulo de desviación a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.

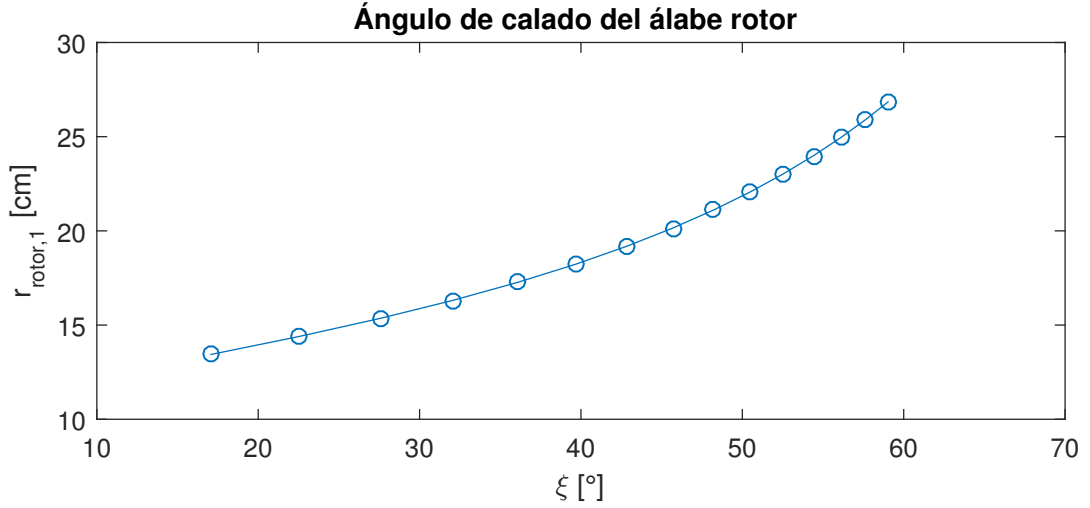


Figura 3.4.12: Ángulo de calado a lo largo de la envergadura del álabe rotor. Fuente: Propia.

Tabla 3.4.1: Resultados para la determinación de la geometría del álabe rotor.

$r_{rotor,1}$ [cm]	θ [°]	tb/ℓ	ℓ [cm]	ξ [°]
13.43	51.90	0.100	10.00	17.03
14.39	46.48	0.095	9.93	22.52
15.35	41.49	0.090	9.86	27.54
16.31	37.03	0.085	9.79	32.06
17.27	33.15	0.080	9.71	36.09
18.23	29.83	0.075	9.64	39.67
19.19	27.00	0.070	9.57	42.86
20.15	24.61	0.065	9.50	45.69
21.11	22.61	0.060	9.43	48.22
22.07	20.94	0.055	9.36	50.49
23.03	19.55	0.050	9.29	52.54
23.99	18.42	0.045	9.21	54.40
24.95	17.53	0.040	9.14	56.09
25.91	16.84	0.035	9.07	57.64
26.87	16.37	0.030	9.00	59.06

Mediante la interpretación de los resultados, es posible realizar el diseño tridimensional del álabe rotor. Sin embargo, se debe tener cuidado en el diseño CAD del álabe, el mismo que debe considerar la ubicación de los perfiles aerodinámicos en las superficies cilíndricas ψ especificadas en la Figura 3.4.1. La Figura 3.4.13 muestra los perfiles a lo largo de la envergadura del álabe rotor.

Finalmente, se realiza la construcción tridimensional del álabe rotor usando estos perfiles. La Figura 4.2.1 muestra el resultado del diseño presentado.

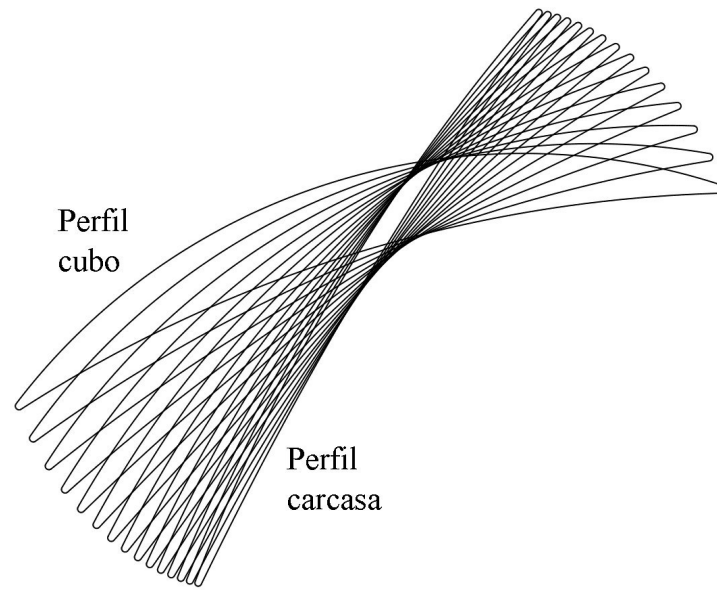


Figura 3.4.13: Desarrollo del álabe rotor. Perfiles radiales desde el cubo hasta la carcasa.
Fuente: Propia.

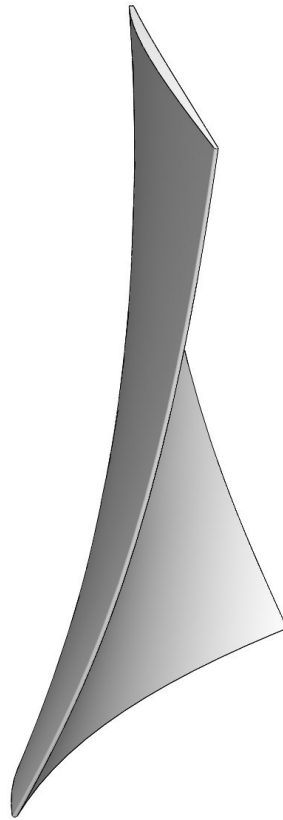


Figura 3.4.14: Geometría tridimensional del álabe rotor. Fuente: Propia.

3.4.3. Álabes Estator

El procedimiento es análogo al diseño del álabe rotor. Se inicia con la estimación de la cuerda en la línea media utilizando la expresión (3.38), considerando la velocidad absoluta de entrada al pasaje de álabes estatores y un número de Reynolds de 250 000 para obtener una longitud de cuerda mínima. De esta manera obtenemos:

$$\ell_S = \frac{Re \mu}{\rho c_{m,1}} = \frac{(250\ 000)(0.0000143226\ \text{Pa}\cdot\text{s})}{(0.165420\ \text{kg}/\text{m}^3)(199.98\ \text{m}/\text{s})} \approx 11\ \text{cm}$$

Reemplazamos este valor en la ecuación (2.35), la cual entrega un espaciamiento en la línea media de los álabes estatores igual a:

$$s_R = \frac{0.11\ \text{m}}{1.25} \approx 8.8\ \text{cm}$$

Con esta información se calcula el número de álabes estatores utilizando la ecuación (2.37). Esto es:

$$N_{bs1} = \frac{2\pi r_m}{s_R} = \frac{2\pi(0.1995\ \text{m})}{(0.088\ \text{m})} \approx 15$$

Este número de álabes determinará el número de Reynolds en cada posición radial del álabe estator de acuerdo a la expresión (3.38). La Figura 3.4.15 muestra tal variación en el número de Reynolds. Seguidamente, se verifica que el valor del factor de difusión se encuentre en los límites recomendados. La Figura 3.4.16 confirma esta situación, donde se concluye que tanto la desaceleración media como la desviación del flujo poseen un valor mucho menor en comparación con el caso del álabe rotor.

Por otro lado, se evalúa el número de Mach a lo largo de la envergadura del álabe estator correspondiente al flujo entregado por la etapa rotora. Se corrobora, mediante la Figura 3.4.17, que este parámetro se encuentra en un rango de 0.54 a 0.69 lo cual corresponde a un régimen altamente subsónico donde particularmente se utilizan perfiles de doble arco circular (Schobeiri, 2005).

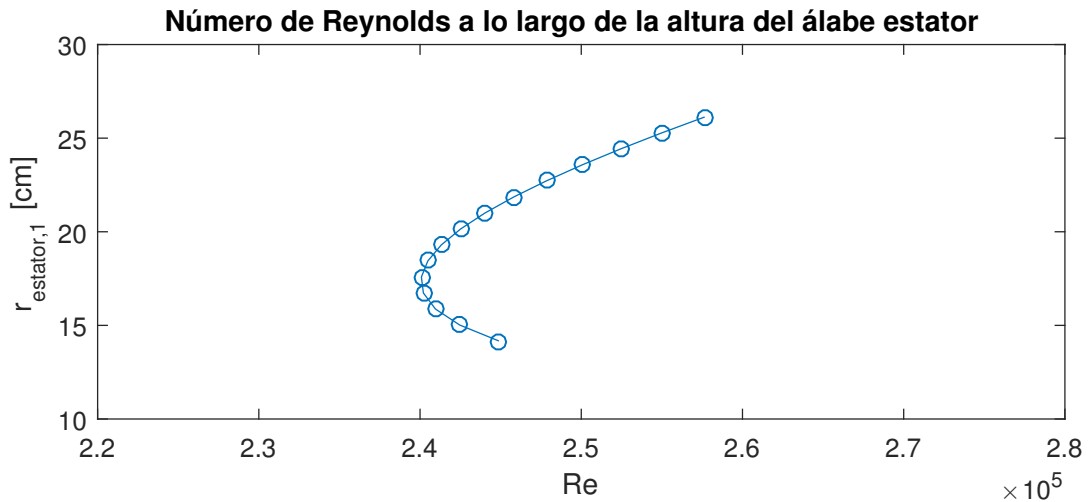


Figura 3.4.15: Número de Reynolds de entrada a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

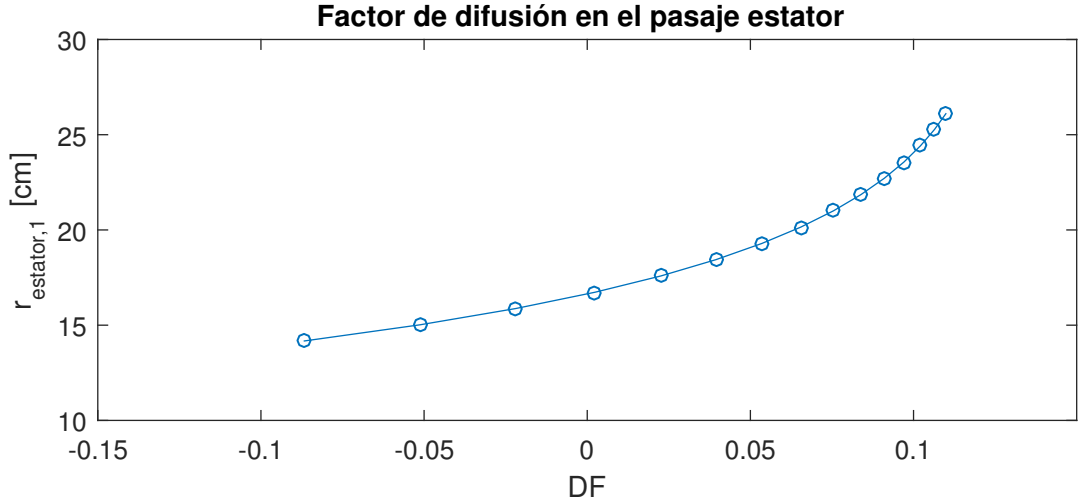


Figura 3.4.16: Factor de difusión a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

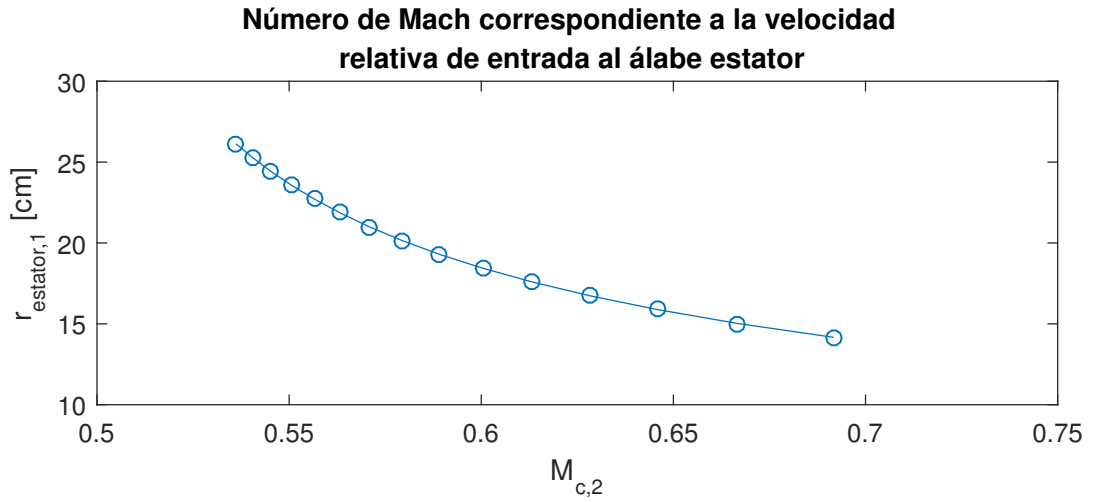


Figura 3.4.17: Número de Mach a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

Por esta razón se selecciona nuevamente el perfil DCA para el diseño tridimensional del álabe estator. Así, el paso siguiente es la determinación de los ángulos de curvatura de calado usando los modelos experimentales de Aungier presentados en la sección previa. En este punto, se recalca que para el caso de menores valores del número de Mach, debe utilizarse perfiles correspondientes como los perfiles NACA de la serie 65.

Cálculo del ángulo de curvatura y ángulo de calado de los perfiles DCA

Para esta sección se utilizan los modelos experimentales con el objeto de calcular el ángulo de incidencia de diseño y el ángulo de desviación. Para ello empleamos la ecuación (2.16) con los correspondientes ángulos de flujo en el pasaje estator, donde el ángulo de salida del flujo α_2 en el mismo es nulo. De esta manera, dicha ecuación puede ser resumida tal como en la expresión (3.54).

$$\theta = \kappa_1 - \kappa_2 = (\alpha_1 - i) - (\alpha_2 - \delta) = \alpha_1 - (i - \delta) \quad (3.54)$$

Luego, reemplazamos las ecuaciones (3.44) y (3.45) en (3.54) para obtener una expresión con la cual determinar el ángulo de curvatura del álabe estator.

$$\begin{aligned}\theta &= \alpha_1 - (K_{sh}K_{t,i}(i_0^*)_{10} + n\theta - K_{sh}K_{t,\delta}(\delta_0^*)_{10} + m\theta) \\ (1 + n - m)\theta &= \alpha_1 - (K_{sh}K_{t,i}(i_0^*)_{10} - K_{sh}K_{t,\delta}(\delta_0^*)_{10}) \\ \theta &= (1 + n - m)^{-1} [\alpha_1 - (K_{sh}K_{t,i}(i_0^*)_{10} - K_{sh}K_{t,\delta}(\delta_0^*)_{10})]\end{aligned}\quad (3.55)$$

De la misma manera, encontrado el valor de θ usando (3.55), calculamos el valor del ángulo de incidencia de diseño i^* y el ángulo de desviación δ^* correspondiente, mediante las ecuaciones (3.44) y (3.45). Por último, se utiliza la expresión (3.53) para calcular el respectivo ángulo de calado.

Lo descrito anteriormente es llevado a cabo obteniendo la distribución de estos parámetros a lo largo de la envergadura del álabe estator. Este resultado es mostrado en las Figuras 3.4.18, 3.4.19, 3.4.20 y 3.4.21, donde se observa una distribución opuesta del ángulo de incidencia y el ángulo de calado en comparación con el caso del álabe rotor. Asimismo, se presenta la Tabla 3.4.2 para resumir los resultados correspondientes a la geometría del álabe estator.

Con los valores obtenidos en la esta tabla se procede a construir los perfiles DCA para cada posición radial. Estos perfiles son representados en la Figura 3.4.22, donde se muestra el perfil adyacente al cubo y el perfil adyacente a la carcasa. Para este caso no se estableció una variación en el espesor del álabe en función al radio, pues no existe rotación alguna que genere un esfuerzo centrífugo. Asimismo, se estableció el mismo radio r_0 de 0.5 % en el borde de ataque y borde de fuga, que para el caso del álabe rotor.

Tomando en consideración la posición de los perfiles desarrollados en las superficies de corriente cilíndricas ψ (Figura 3.4.1), se procedió a la contrucción del álabe estator. Este álabe es presentado en la Figura 3.4.23.

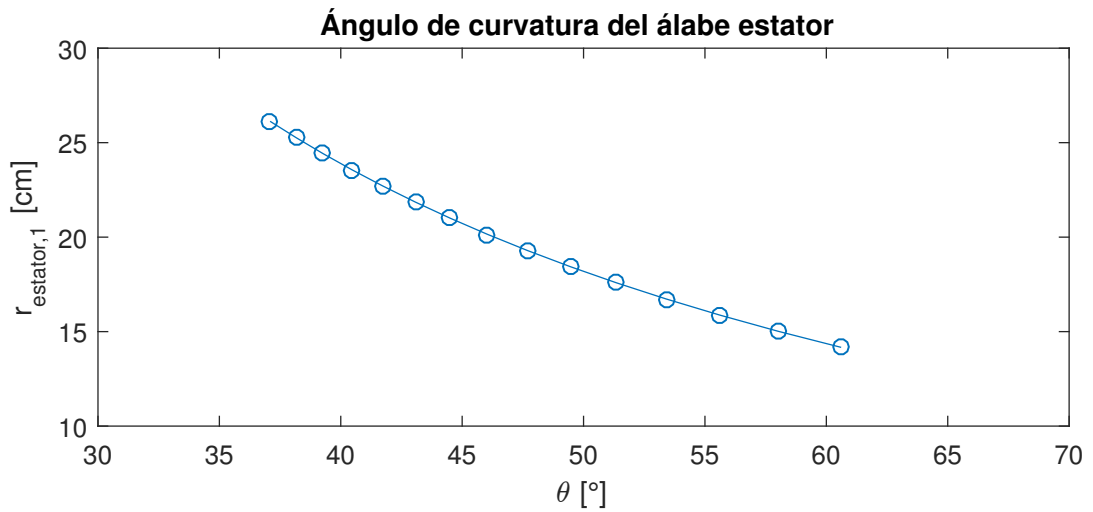


Figura 3.4.18: Ángulo de curvatura a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

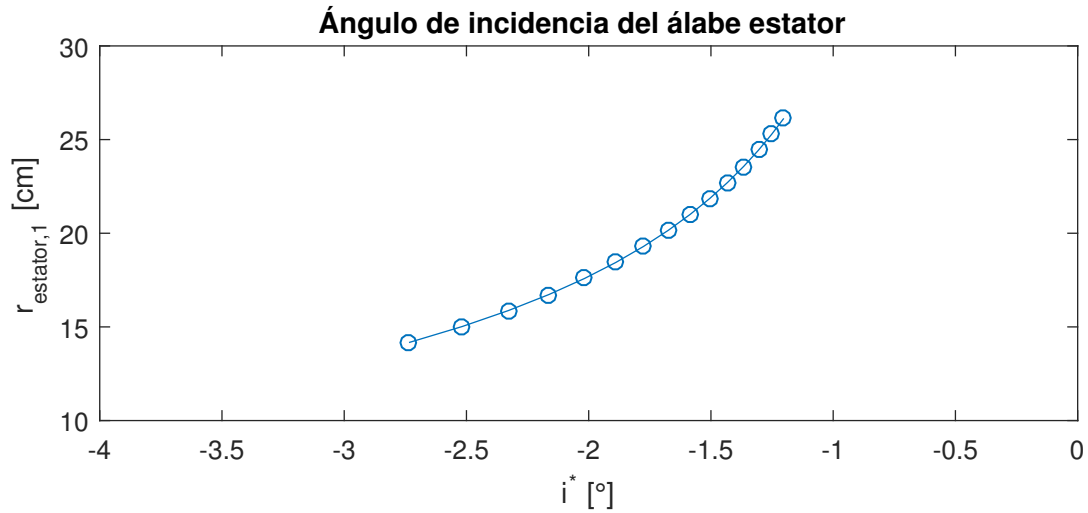


Figura 3.4.19: Ángulo de incidencia de diseño a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

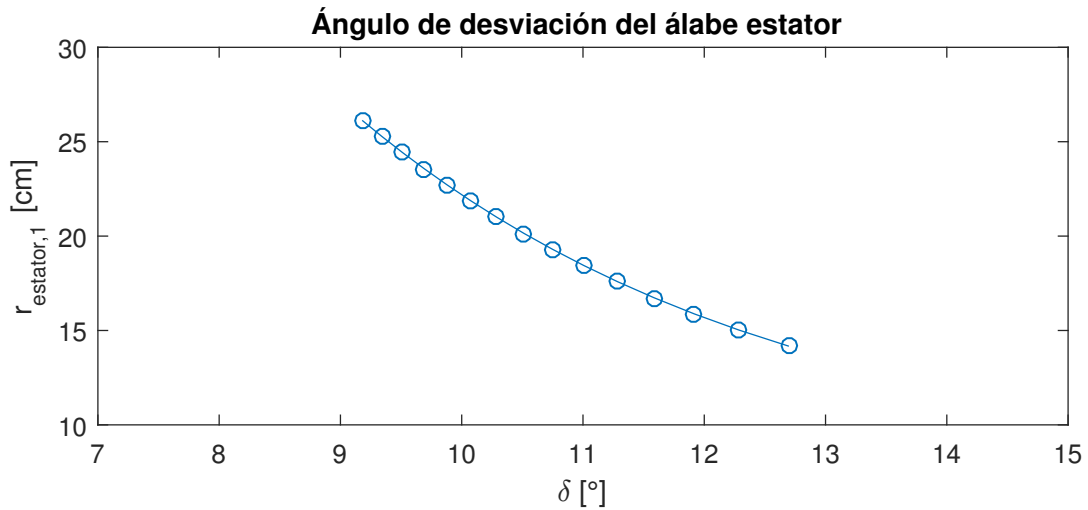


Figura 3.4.20: Ángulo de desviación a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

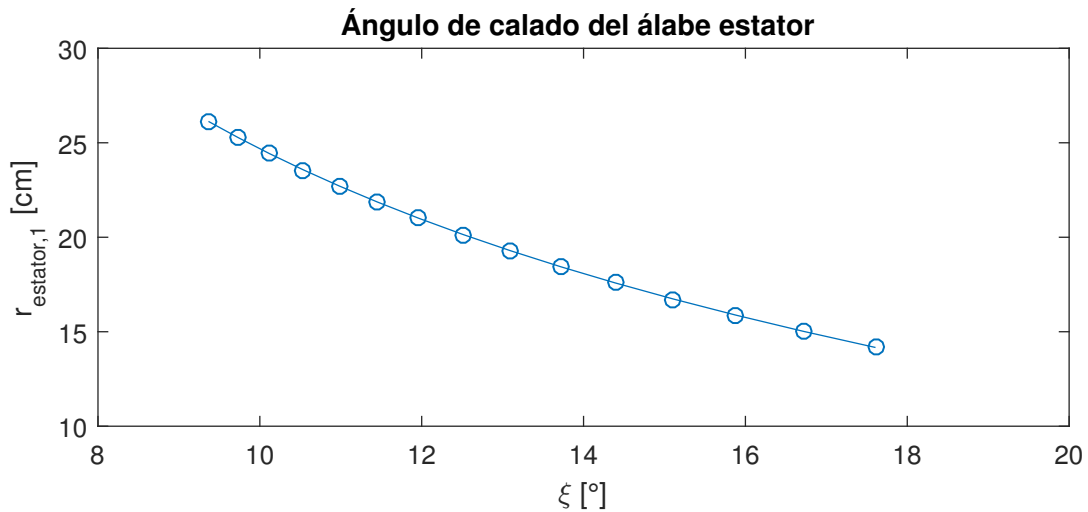


Figura 3.4.21: Ángulo de calado a lo largo de la envergadura del álabe estator. Fuente: Propia.

Tabla 3.4.2: Resultados para la determinación de la geometría del álabe estator.

$r_{estator,1}$	θ	tb/ℓ	ℓ	ξ
[cm]	[°]		[cm]	[°]
14.17	60.61	0.05	9.00	17.61
15.02	58.01	0.05	9.21	16.72
15.88	55.61	0.05	9.43	15.89
16.73	53.40	0.05	9.64	15.11
17.59	51.35	0.05	9.86	14.39
18.44	49.45	0.05	10.07	13.72
19.29	47.69	0.05	10.29	13.09
20.15	46.04	0.05	10.50	12.51
21.00	44.51	0.05	10.71	11.96
21.86	43.07	0.05	10.93	11.46
22.71	41.72	0.05	11.14	10.98
23.57	40.46	0.05	11.36	10.54
24.42	39.27	0.05	11.57	10.12
25.28	38.15	0.05	11.79	9.73
26.13	37.09	0.05	12.00	9.37

Finalmente se exhibe en la Figura 3.4.24 y 3.4.25 la configuración completa de la fila rotora y la estatora, respectivamente, con el número de álabes correspondiente. De igual manera, la Figura 3.4.26 muestra la primera etapa del compresor axial desde una vista lateral. Todas estas figuras representan el modelo 3D del diseño final de dicha etapa, donde de manera referencial se incluyó la parte central tomada como base de las imágenes presentadas en trabajo de [Benini \(2011\)](#).



Figura 3.4.22: Desarrollo del álabe estator. Perfiles radiales desde el cubo hasta la carcasa.
Fuente: Propia.

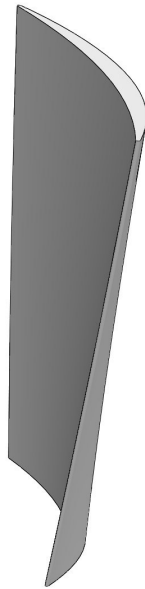


Figura 3.4.23: Geometría tridimensional del álabe estator. Fuente: Propia.



Figura 3.4.24: Modelo 3D de la primera fila rotora del compresor axial. Fuente: Propia.



Figura 3.4.25: Modelo 3D de la primera fila estatora del compresor axial. Fuente: Propia.

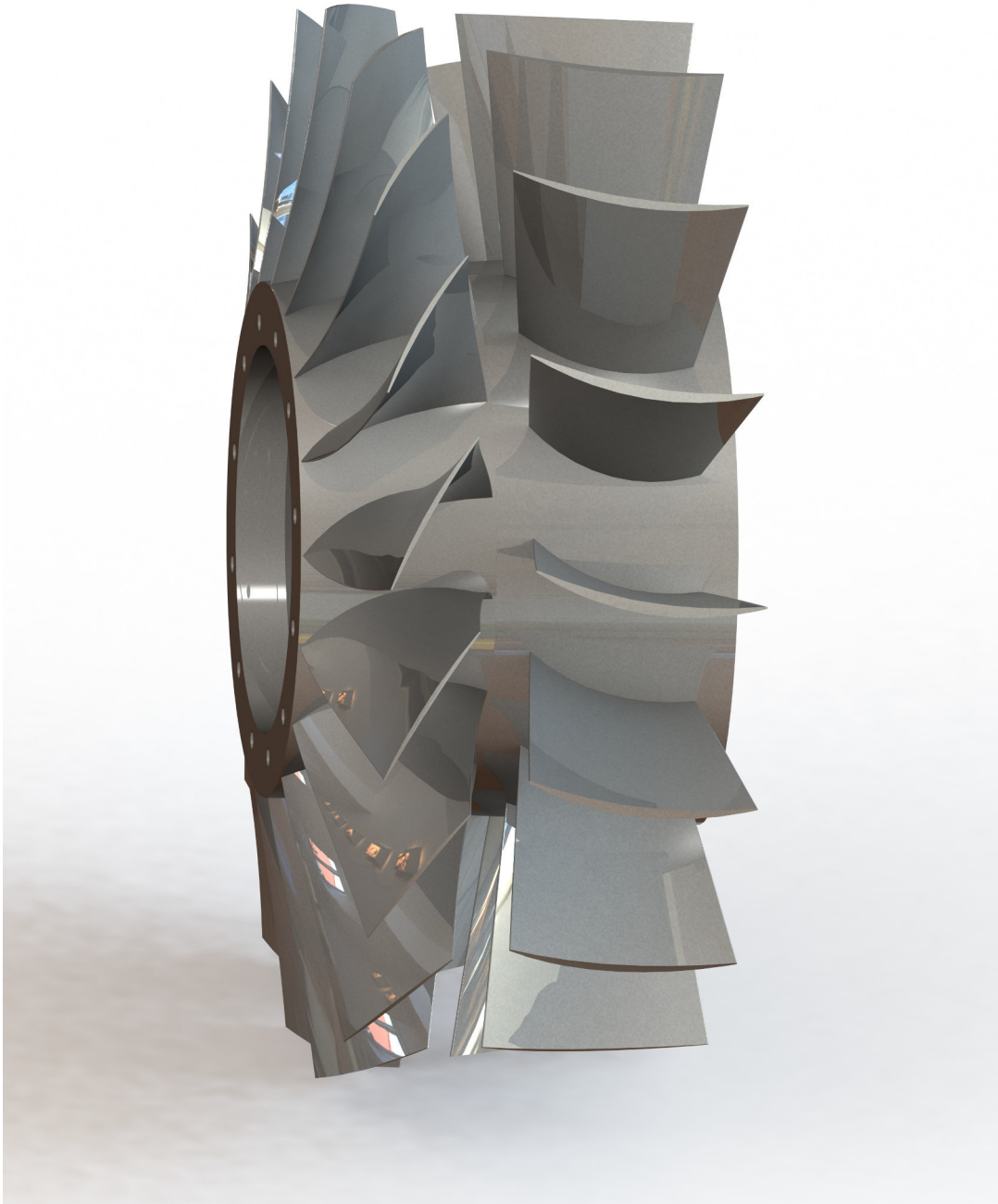


Figura 3.4.26: Modelo 3D de la primera etapa del compresor axial. Fuente: Propia.

Capítulo 4

Simulación Fluidodinámica de la Primera Etapa del Compresor Axial

4.1. Introducción

En el presente capítulo se explica el procedimiento de evaluación de la etapa diseñada utilizando la dinámica de fluidos computacional (CFD) mediante la aplicación del software comercial Ansys CFX. De esta manera, se evalúa el desempeño de la etapa diseñada. Para ello, en las siguientes secciones, se describe los pasos necesarios que lograron la convergencia de la solución numérica de manera satisfactoria. Se inició con el desarrollo de la geometría y se continúa con el proceso de mallado para obtener el dominio computacional del problema. Se define, además, las condiciones iniciales y las condiciones de frontera. En este punto se detalla todas las configuraciones del software y el motivo de su selección. Finalmente se presenta, de manera general, el resultado de la simulación.

4.2. Desarrollo de la Geometría

Como primer paso, se utilizó el módulo *DesignModeler* para importar la geometría desarrollada en el software CAD. Luego se procedió a capturar la geometría de un álabe rotor y un álabe estator. De acuerdo a la Tabla 3.2.1 se consideró una luz axial de $\varepsilon = 0.022H \approx 3$ mm. Sin embargo, debe realizarse un análisis mecánico para determinar el elongamiento del álabe debido a la temperatura y rotación del compresor axial. Para el caso del álabe estator, se consideró solo un $\varepsilon = 2$ mm debido a que no se presentan esfuerzos centrífugos en esta zona.

Es importante recalcar que, normalmente, el proceso preparación del dominio computacional implica obtener la geometría correspondiente al medio fluido. Es decir, el paso siguiente sería realizar un tratamiento a la geometría para capturar dicho dominio. En este caso, el módulo *DesignModeler* realiza esta tarea, por lo que se ha omitido este procedimiento. Las Figuras 4.2.1 y 4.2.2 muestran la obtención de los dominios para el álabe rotor y álabe estator, respectivamente.

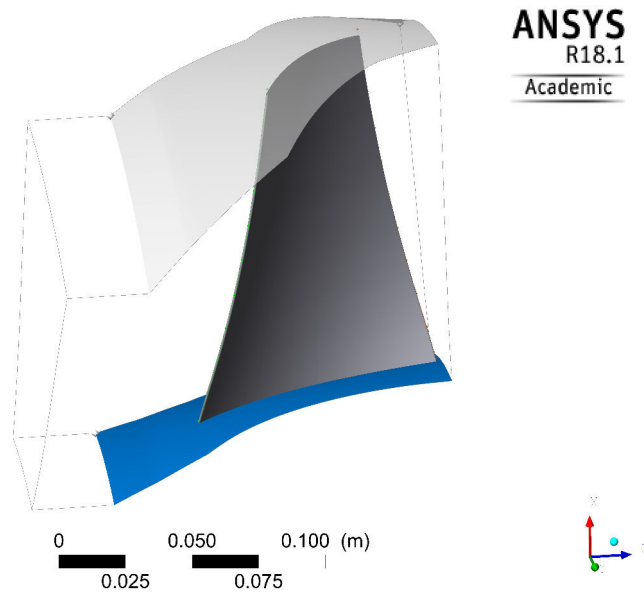


Figura 4.2.1: Geometría del álabe rotor. Fuente: Propia.

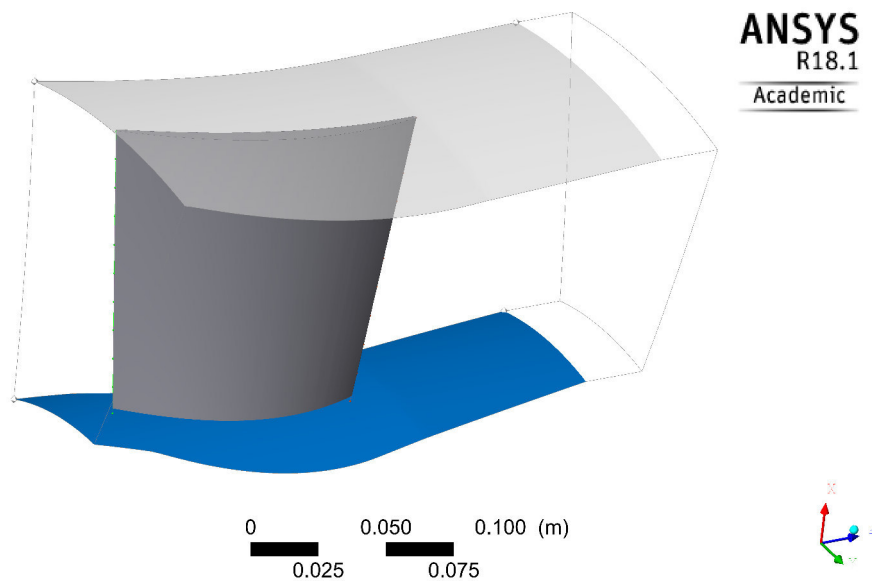


Figura 4.2.2: Geometría del álabe estator. Fuente: Propia.

4.3. Mallado de la Geometría

Se desarrolló, a continuación, el dominio computacional o mallado de la geometría objeto de estudio usando el código de mallado *TurboGrid*. La ventaja de dicho código es que integra la opción Topología Automática y Mallado Optimizado (ATM Optimized) el cual realiza mallas hexaédricas de alta calidad con un mínimo esfuerzo computacional.

Es claro que la calidad de la malla afecta el resultado, esto es, una malla gruesa puede entregar una solución numérica con un error elevado con respecto de una que utilice una malla fina.

Asimismo, se puede obtener una solución óptima con una calidad de malla determinada, a partir de la cual no se registrará una variación significativa en la solución.

Por otro lado, es necesario controlar el tamaño de la malla en la capa límite. Para ello, se puede aplicar un método en el que se especifique el y^+ y el número de Reynolds del flujo libre, siendo el primero un parámetro relacionado a la altura de la primera celda adyacente a la pared. La solución exacta de las ecuaciones de capa límite para flujos turbulentos usando modelos que evalúan la viscosidad turbulenta en todos los puntos dentro del flujo requiere que los puntos de la malla sean ubicados dentro de la subcapa viscosa, $y^+ \leq 4$ para flujos incompresibles y $y^+ \leq 1$ o 2 para flujos en los que también se está obteniendo una solución a la ecuación de energía (Pletcher et al., 2012).

La Tabla 4.3.1 presenta las características de la malla generada. Debido a la elevada cantidad de elementos necesarios al establecer el y^+ recomendado, se optó por utilizar valor de $y^+ = 3$, y con el que se obtuvo una buena aproximación de la solución en presencia de ondas de choque.

Tabla 4.3.1: Tabla de propiedades y resultados sobre el mallado del álabe rotor y estator.

Parámetro	Valor	
	Rotor	Estator
Método	Factor de tamaño	
Factor de tamaño	1.0	
Control del refinamiento de la capa límite	Método: Desplazamiento del primer elemento	
Parametros: Intervalo Y^+	3.0	
Tasa de expansión máxima objetivo	1.2	
Especificación de tamaño cerca de la pared	Método: Y^+	
Número de Reynolds	1e+06	
Parámetros de distribución de la envergadura del álabe	Método: Proporcional	
Factor	3	
Tipo de Malla	Dominio de entrada:	Dominio de salida:
	H-Grid	H-Grid
Definido por	Tasa de expansión máxima	
Resultados	Rotor	Estator
Número de nodos	3 045 498	3 749 485
Número de elementos	2 962 344	3 650 812

De acuerdo a estos datos se presentan, también, las Figuras 4.3.1 y 4.3.2, las cuales muestran la calidad de la malla hexaédrica que se utilizó para la simulación de la primera etapa del compresor axial. En la misma se consideró un pasaje de ingreso al álabe rotor, así como un pasaje de salida del álabe estator con el propósito de obtener un flujo desarrollado en estas zonas, y que logró contribuir en la convergencia de la solución numérica.

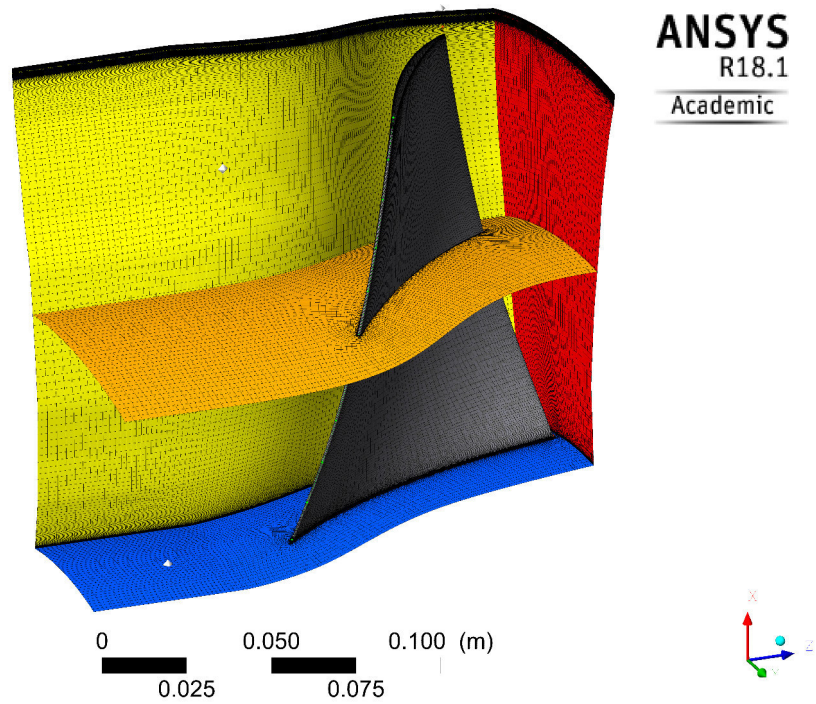


Figura 4.3.1: Mallado del álabe rotor. Fuente: Propia.

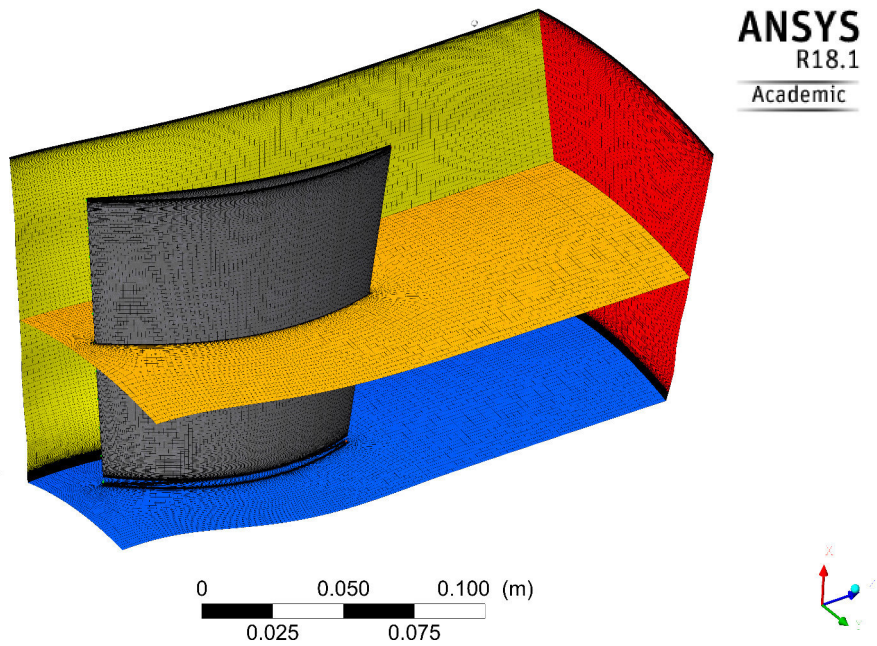


Figura 4.3.2: Mallado del álabe estator. Fuente: Propia.

4.4. Definición de las Condiciones Iniciales y Determinación de las Condiciones de Frontera. Procesamiento.

La definición de la geometría y el desarrollo del dominio computacional constituyen la primera parte de la etapa de preprocesamiento dentro de un proceso de simulación computacional. La segunda consta de la definición del dominio físico, del establecimiento de las condiciones iniciales, así como de las condiciones de frontera. En ese sentido, se presenta en la Tabla 4.4.1 la configuración correspondiente a lo anteriormente mencionado.

Tabla 4.4.1: Parámetros establecidos para la simulación.

Ajustes Básicos	Valor
Tipo de Análisis	Estado estacionario
Tipo de Máquina	Compresor axial
Eje de Rotación	z
Componente	R1
Tipo	Rotatorio
Valor	12000 [RPM]
Luz entre álabe y carcaza	Si
Física del Problema	Valor
Fluido	Aire (gas ideal)
Presión de referencia	0 [atm]
Tranferencia de calor	Energía total
Modelo de Turbulencia	Transporte de esfuerzo cortante (SST)
Función de pared	Automático, alta velocidad (compresible)
	Modelo de transferencia de calor de pared
Condiciones de Frontera	Valor
Entrada:	
Presión total (estable)	101325 [Pa]
Temperatura total	288.15 [K]
Dirección del flujo	Normal a la frontera
Salida:	
Flujo másico	30 [kg/s]
Área de flujo másico	Total para todos los sectores
Control del Solucionador	Valor
Esquema de advección	Alta Resolución
Esquema para ecuaciones de turbulencia	Alta Resolución
Número de iterationes máximas	1000
Control de la escala de tiempo	Escala de tiempo automática
Longitud de escala	Conservativo
Tipo de residuos	RMS
Residuo objetivo	1e-05

Es necesario describir algunos de estos parámetros los cuales aseguraron la convergencia de la solución numérica. El análisis del problema se desarrolló en estado estacionario, sin embargo, se debe recalcar que el régimen en un compresor axial es no permanente, debido a la interacción que existe entre las filas rotoras y estatoras. Una de las razones principales se debe a la generación de remolinos en la salida del álabe estator, las cuales viajan de manera intermitente en los pasajes rotores creándose un régimen no estacionario. El presente trabajo de tesis se centró en cumplir las especificaciones planteadas al inicio del presente capítulo, por lo que se trabajó con el régimen estacionario.

El fluido de trabajo fue considerado aire como gas ideal, pues no existe una elevada variación en la temperatura que implica cambios en los calores específicos C_P y C_V . La presión de referencia se utilizó para evitar problemas con errores de redondeo que pueden ocurrir cuando el cambio de presión dinámica en un fluido, que es lo que impulsa el flujo, es pequeño comparado con el nivel de presión absoluta (ANSYS, 2013a). Las condiciones de frontera e iniciales se especificaron en relación a la presión de referencia. Esto se debe a que cuando se coloca una presión de referencia de 0 atm, se debe establecer un valor en la condición de frontera o condición inicial, o viceversa.

El modelo de transferencia de calor está basada en la energía total, la cual calcula directamente la entalpía total, derivando luego la entalpía estática. Para este caso se incluye la energía cinética turbulenta k en la entalpía total. Asimismo, el modelo de turbulencia utilizado fue el SST, pues dicho modelo toma en cuenta el transporte del esfuerzo de cizallamiento turbulento proporcionando predicciones altamente precisas sobre el comienzo y la cantidad de la separación del flujo bajo gradientes de presión adversos (Mamidoju, 2014). Adicionalmente, se presentó un tratamiento de pared automático, es decir se realiza un cambio gradual entre dos enfoques comúnmente usados para modelar el flujo cerca a una pared sin pérdida de precisión. El primer enfoque, denominado funciones de pared, utiliza fórmulas empíricas que imponen condiciones adecuadas cerca de la pared sin resolver la capa límite. En el segundo enfoque, el método de bajo número de Reynolds, se resuelve detalladamente el perfil de la capa límite, siendo adecuado para ello utilizar el modelo de turbulencia SST (Abate, 2012).

Como condiciones de frontera se estableció la presión y temperatura totales en la entrada de la etapa, mientras que en la salida se especificó el flujo másico de la turbomáquina. Con ello se buscó que la simulación numérica entregue la información acerca de la presión y temperaturas totales de salida y, por consiguiente las relaciones de presión y temperatura.

Por otro lado, se estableció el esquema de advección recomendado por Ansys-CFX para la simulación de etapas de turbinas y compresores (ANSYS, 2013b). Debido a que este esquema necesita un número mayor de iteraciones se estableció un máximo de 1000. Asimismo, se estableció la opción automática en *Control de Escala de Tiempo*, parámetro del CFX-Solver con el que se aplica un falso paso de tiempo como un medio de relajar las ecuaciones a medida que iteran hacia la solución final. Por último, se indicó el tipo y la magnitud del residual utilizado como un segundo criterio de convergencia. Este residuo es una medida del desequilibrio local de cada ecuación de conservación evaluado en el volumen de control.

El procesamiento comprende a la solución del problema con las condiciones planteadas. El

paquete encargado de la ejecución de dicha tarea es el CFX-Solver. La fase de procesamiento de la solución culminó con los resultados acerca de la convergencia de las variables tales como los residuales de las ecuaciones mencionadas, la relación de presión y temperatura, así como la eficiencia isoentrópica de la etapa y el flujo másico de la turbomáquina. Las Figuras 4.4.1, 4.4.2, 4.4.3 y 4.4.4 muestran la convergencia de estas variables.

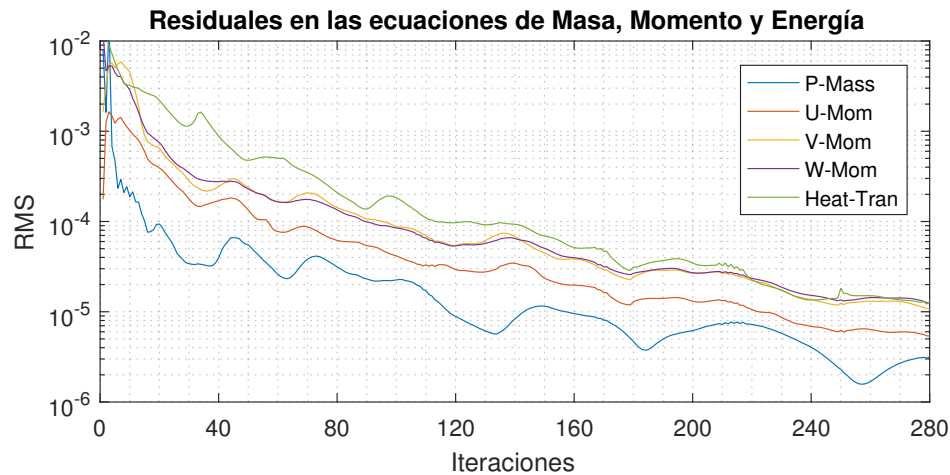


Figura 4.4.1: Residuales de las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía. Fuente: Propia.

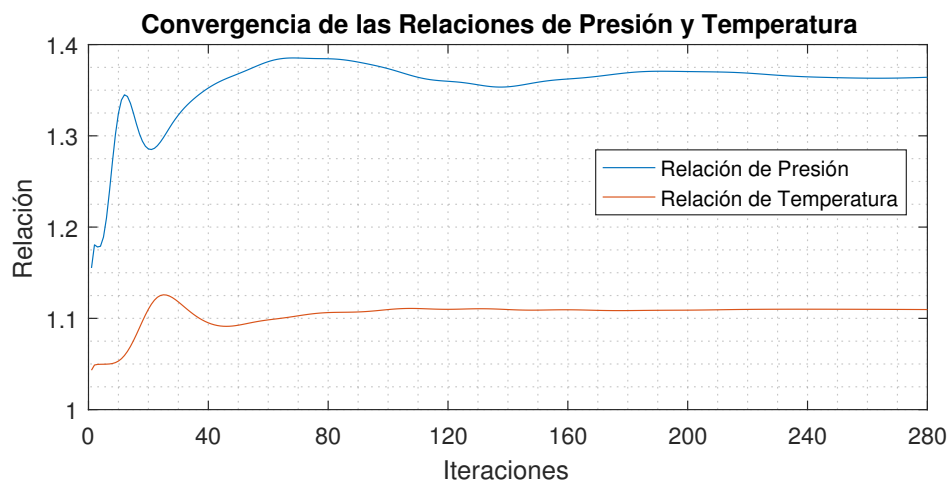


Figura 4.4.2: Convergencia de las relaciones de presión y temperatura. Fuente: Propia.

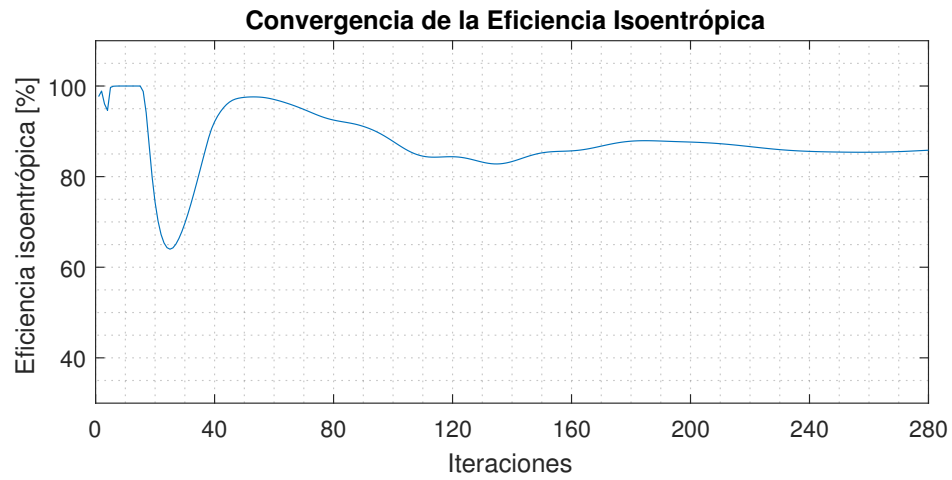


Figura 4.4.3: Convergencia de la eficiencia isoentrópica en la etapa. Fuente: Propia.

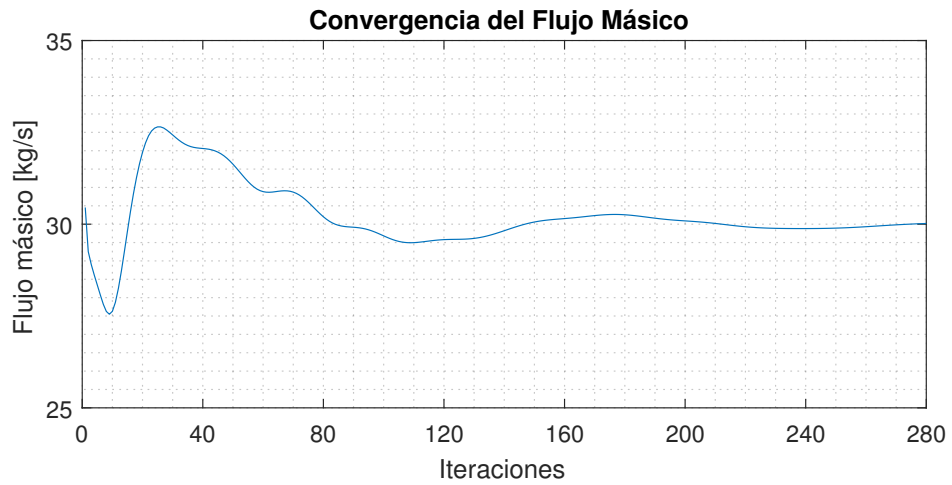


Figura 4.4.4: Convergencia del flujo másico en el compresor axial. Fuente: Propia.

4.5. Post-Procesamiento de la Simulación Fluidodinámica

El post-procesamiento consiste en la extracción de los datos que son de interés una vez lograda la convergencia de la solución numérica. En este caso, la solución numérica corresponde a un álabe rotor y estator con sus respectivos pasajes de entrada y salida. Sin embargo, dada la característica axisimétrica considerada en el problema, el resultado pudo extenderse a todos los álabes de la primera etapa del compresor axial, la misma que se muestra en la Figura 4.5.1.

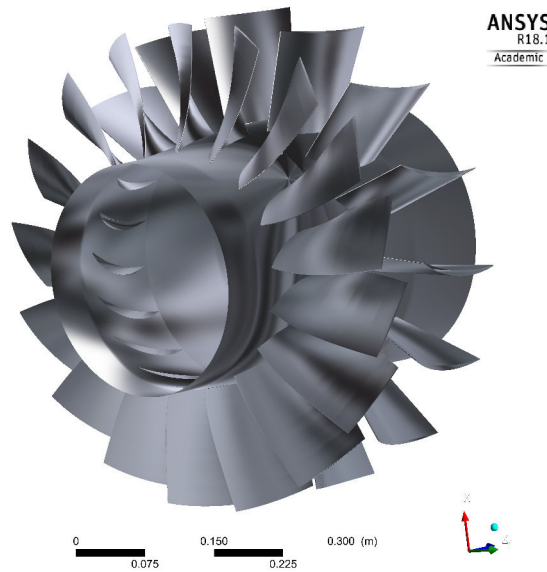


Figura 4.5.1: Geometría analizada. Fuente: Propia.

Para esta etapa se utilizó el paquete *CFX-Post*, el cual permite aplicar dicha característica. De esta forma, fue posible presentar los resultados de una variables en un número específico de álabes. La Figura 4.5.2 muestra las líneas de corriente que atraviesan la holgura radial del álabe rotor y el álabe estator considerando 3 álabes.

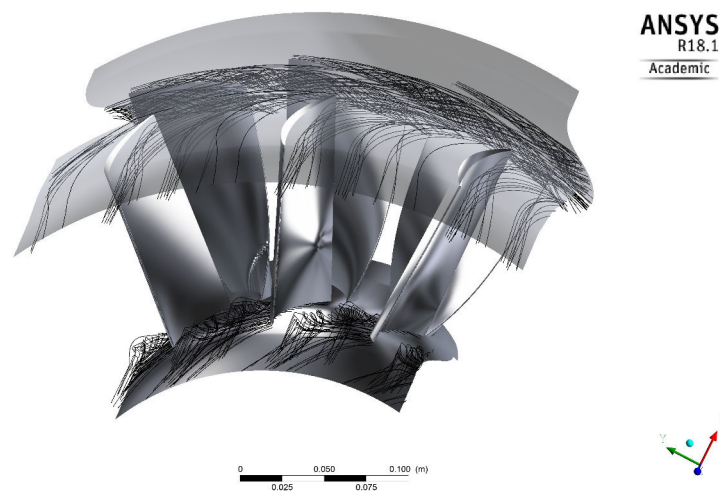


Figura 4.5.2: Líneas de corriente 3D en la holgura radial del rotor y estator. Fuente: Propia.

Otra de las ventajas del software, en la etapa de post-procesamiento, es la posibilidad de capturar los resultados acerca de una variable cuyo interés radica en su variación a lo largo de una superficie tridimensional específica, y mostrarlos en un plano bidimensional. Un ejemplo de ello se presentó en la Figura 4.5.3, donde se mostró el resultado de la presión total en una superficie formada por el 25 % de la altura de los álabes rotores y estatores, así como para el caso del 50 % y 75 % de dicha envergadura.

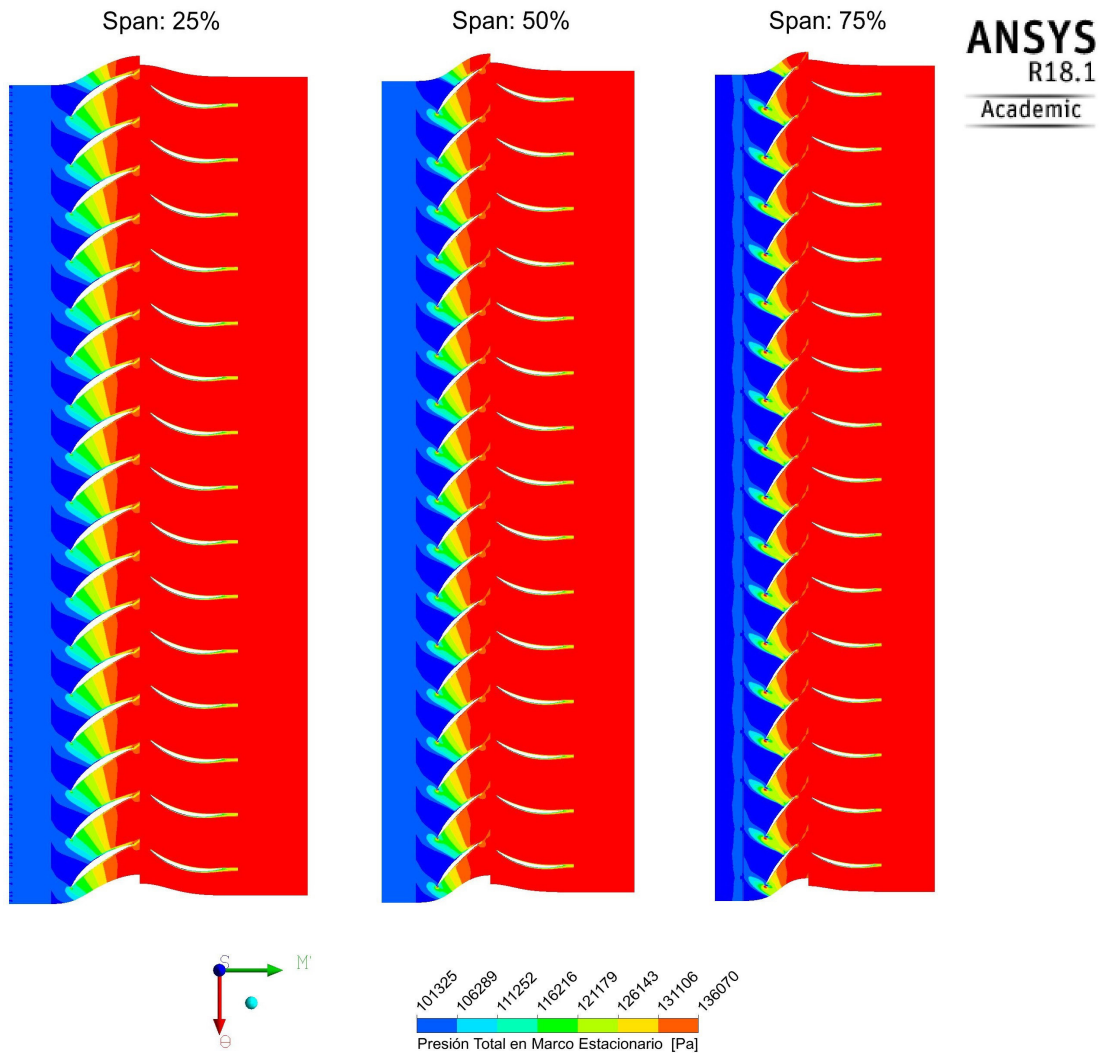


Figura 4.5.3: Presión total a lo largo de la superficie correspondiente a un radio del 25 %, 50 % y 75 % de la envergadura de los álabes rotores y estatores. Fuente: Propia.

Los cambios de una variable a lo largo de la superficie media entre la superficie de baja presión de un álabe y la de alta presión del álabe contiguo son importantes para el análisis de los resultados en el diseño de una turbomaquinaria. Finalmente, en el siguiente capítulo se detallan los resultados utilizando el post-procesamiento y, además, se proporciona una curva de desempeño del compresor axial considerando 4 caudales másicos.

Capítulo 5

Resultados

5.1. Resultados de la Simulación Fluidodinámica del Compresor Axial en el Punto de Diseño

Se analizó el efecto del refinamiento de la malla como consecuencia de la variación del Y^+ , parámetro inversamente proporcional a la cantidad de nodos o elementos del dominio computacional. Asimismo, la cantidad de nodos es elevada en comparación con otros estudios revisados debido a que se ha considerado una holgura radial en los álabes lo que demanda un refinamiento elevado. Los resultados presentados en la Tabla 5.1.1 demuestran que no existe una variación significativa en la solución al utilizar un valor intermedio del Y^+ . Sin embargo, para el caso de menor número de elementos en la malla, la solución converge de manera oscilatoria en un rango determinado. Por tanto, se debe tener en cuenta un valor máximo de Y^+ que garantice la convergencia.

Tabla 5.1.1: Resultados para diversos refinamientos de malla

Y^+	Número de Elementos	Relación de Presión	Error Relativo	Relación de Temperatura	Error Relativo	Eficiencia Isoentrópica
3	6 794 983	1.365	2.63 %	1.109	1.74 %	86.20 %
20	3 439 929	1.350	1.50 %	1.106	1.47 %	85.59 %
60	2 396 044	1.348	1.35 %	1.106	1.47 %	84.68 %

La relación de presión alcanzada fue de 1.365 la cual difiere en un 2.63 % del valor calculado. De igual manera, la relación de temperatura calculada mediante simulación fue de 1.109, es decir, se presentó solo un error de un 1.74 %. Estos valores se obtuvieron gracias a elementos como el factor de disminución de trabajo y el factor de bloqueo. Dichos factores consideran gran parte de las pérdidas presentadas en el primer capítulo (ver Figura 1.2.4), es por ello que la evaluación de la etapa diseñada se realizó considerando detalles como la holgura radial. La Figura 5.1.2 muestra las líneas de corriente descritas por el paso del flujo en dichas holguras radiales, las mismas que contribuyen a la separación de la capa límite en las superficies de los álabes.

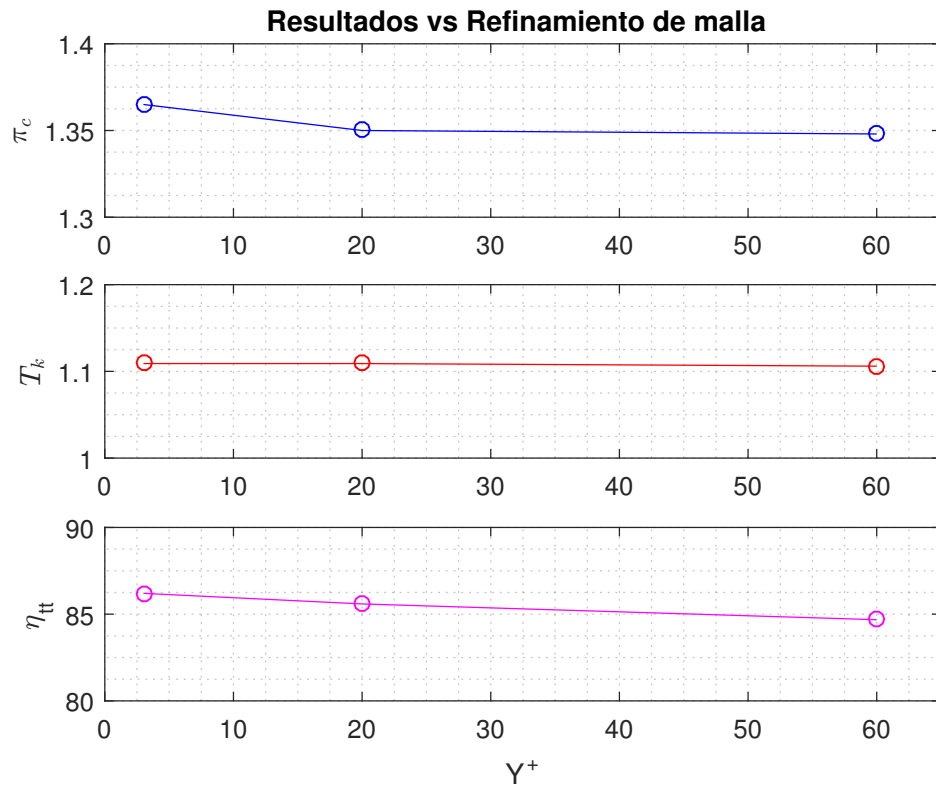


Figura 5.1.1: Variación de los resultados con respecto al refinamiento de la malla. Fuente: Propia.

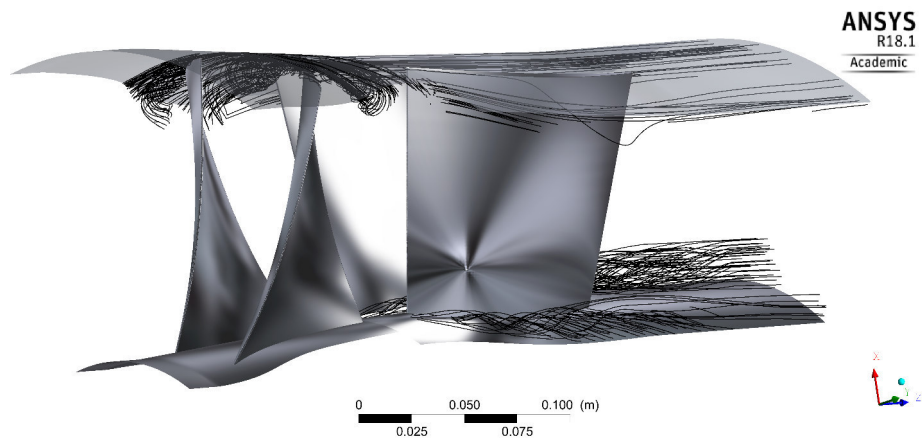


Figura 5.1.2: Vórtice en la holgura radial del rotor y el estator. Fuente: Propia.

Por otro lado, la etapa logró una eficiencia isentrópica de compresión de aproximadamente 86.20 %. La razón principal de este valor en la eficiencia fue el tipo de perfil seleccionado, pues es evidente que la simplicidad del mismo influye en la distribución de presiones y velocidades. La Figura 5.1.3 muestra las líneas de corriente que pasan por una envergadura del álabe del 50 %. Esto demuestra la efectividad del perfil aerodinámico utilizado para minimizar el efecto del desprendimiento de la capa límite.

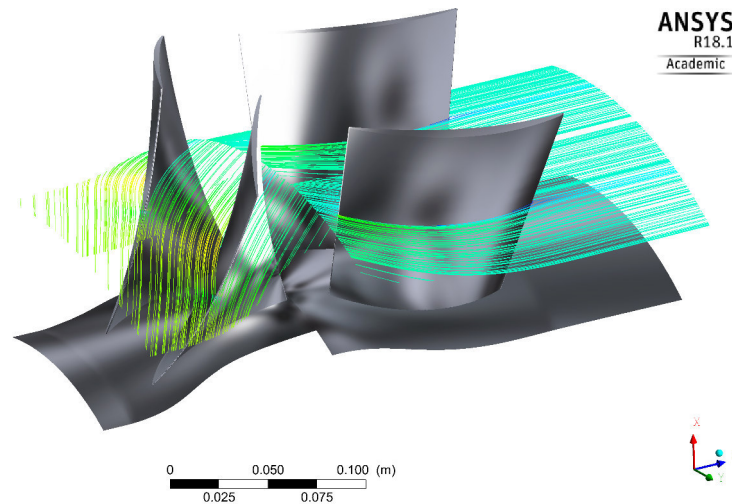


Figura 5.1.3: Líneas de corriente en la mitad de la envergadura del álabe. Fuente: Propia.

Se muestra, también, en la Figura 5.1.4 las líneas de corriente a través de la etapa en distintas ubicaciones a lo largo de la envergadura del álabe con el correspondiente valor de velocidad local. Se observa que en cada posición radial se presentó una distribución uniforme en las líneas de corriente en los álabes rotores y estatores. Sin embargo, el álabe estator presentó un ligero desprendimiento de la capa límite en el borde de fuga, siendo principalmente ocasionado por el vórtice derivado en la holgura radial del álabe rotor. Por esta misma razón, es de esperar que dichas líneas de corriente posean una distribución caótica en posiciones superiores al 75 % de la envergadura del álabe, para el caso del pasaje rotor, y en posiciones inferiores al 25 %, para el pasaje estator.

Los aspectos más relevantes de la solución en la cascada de álabes son presentados en las Figuras 5.1.5, 5.1.6, 5.1.7 y 5.1.8. En las referidas figuras se pudo apreciar la aparición de la onda de choque, característica de los flujos con números de Mach mayores a la unidad, ubicado en la parte frontal del álabe rotor y cuya intensidad incrementa con la posición radial de acuerdo con lo estimado en la Figura 3.4.7. Asimismo, se verificó que el trabajo desarrollado por el álabe rotor garantiza la relación de presión especificada.

Se observa, además, en la Figura 5.1.6 la distribución de temperatura total en la primera etapa correspondiente a la distribución de presión total observada en la Figura 5.1.5. De igual manera, se verifica el incremento de energía a lo largo del pasaje rotor debido al trabajo del álabe móvil. Otra característica importante apreciada en esta figura, es la formación de la capa límite térmica en la superficie del álabe rotor. En ella la temperatura es superior respecto a otras regiones, pues la desaceleración del flujo dentro de la capa límite crea un incremento en su energía.

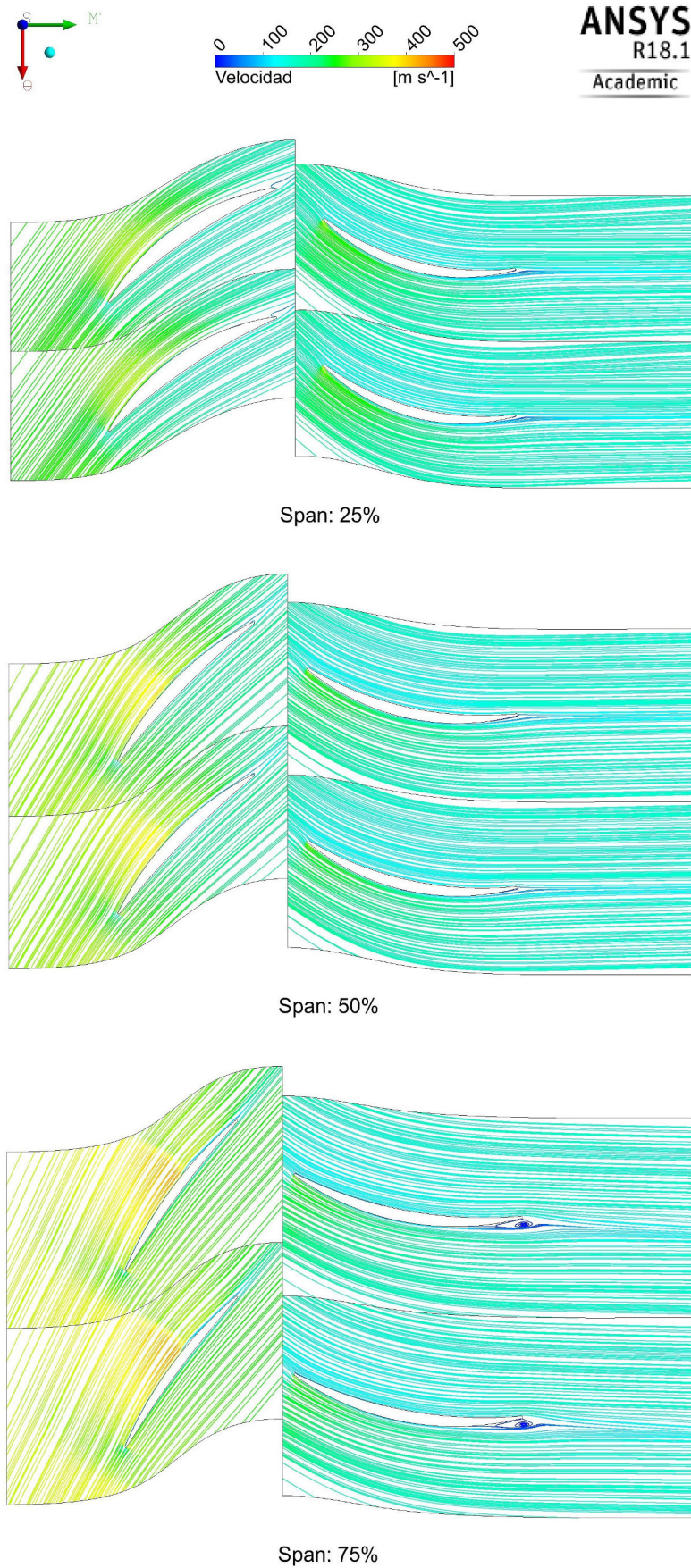


Figura 5.1.4: Líneas de corriente para una envergadura de 25 %, 50 % y 75 %. Fuente: Propia.

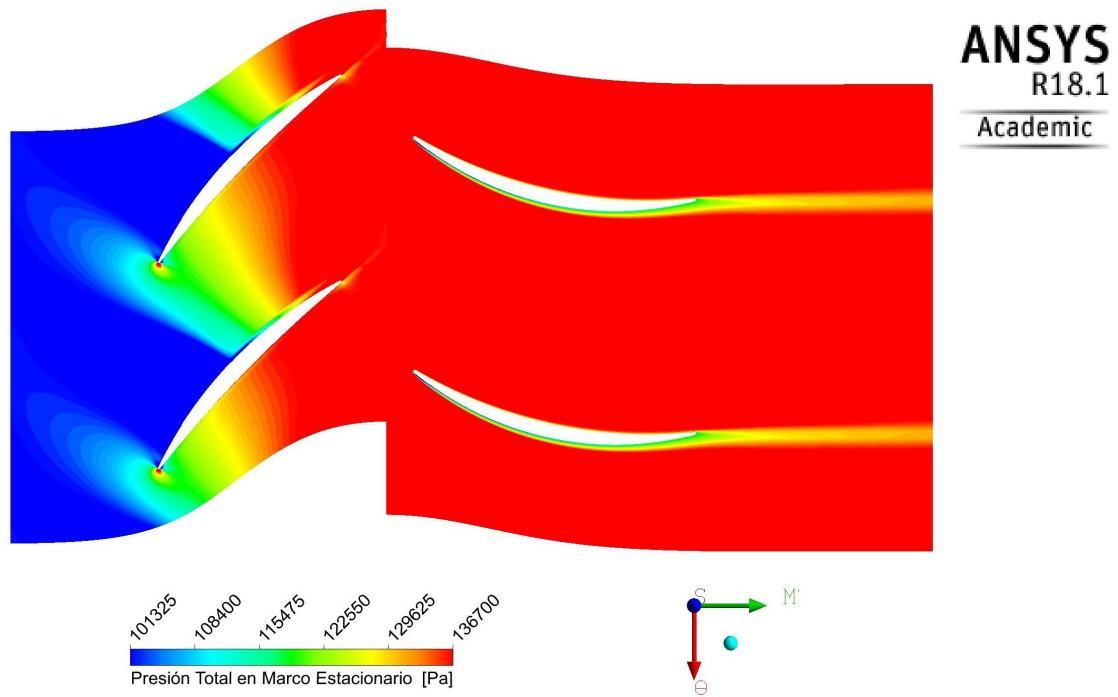


Figura 5.1.5: Presión total para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.

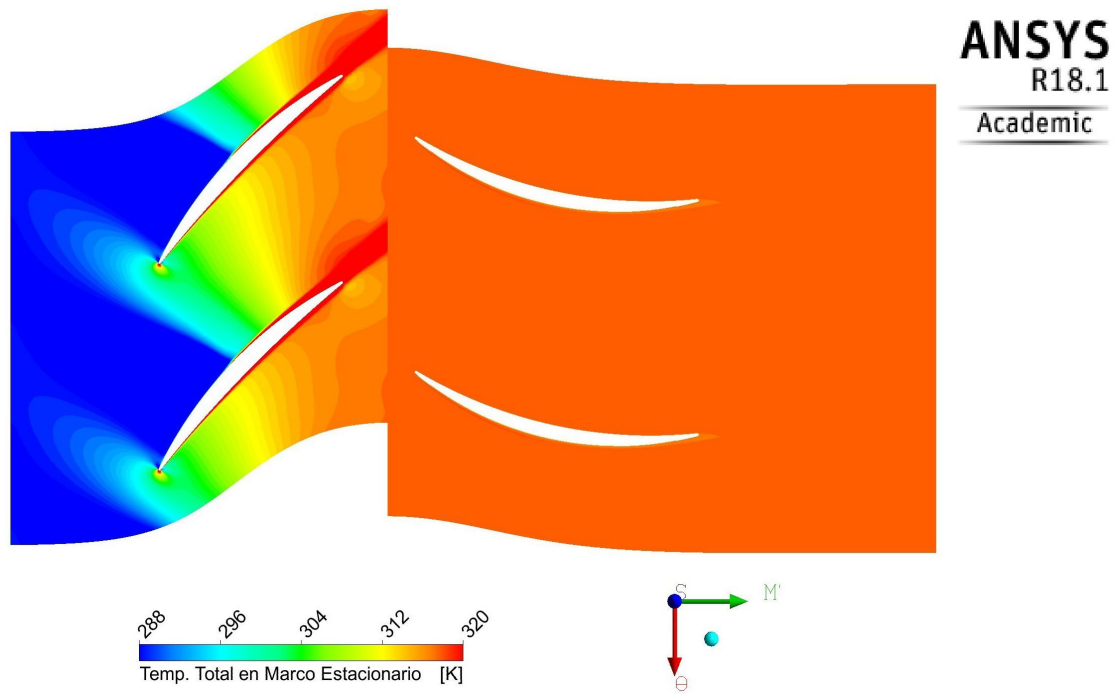


Figura 5.1.6: Temperatura total para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.

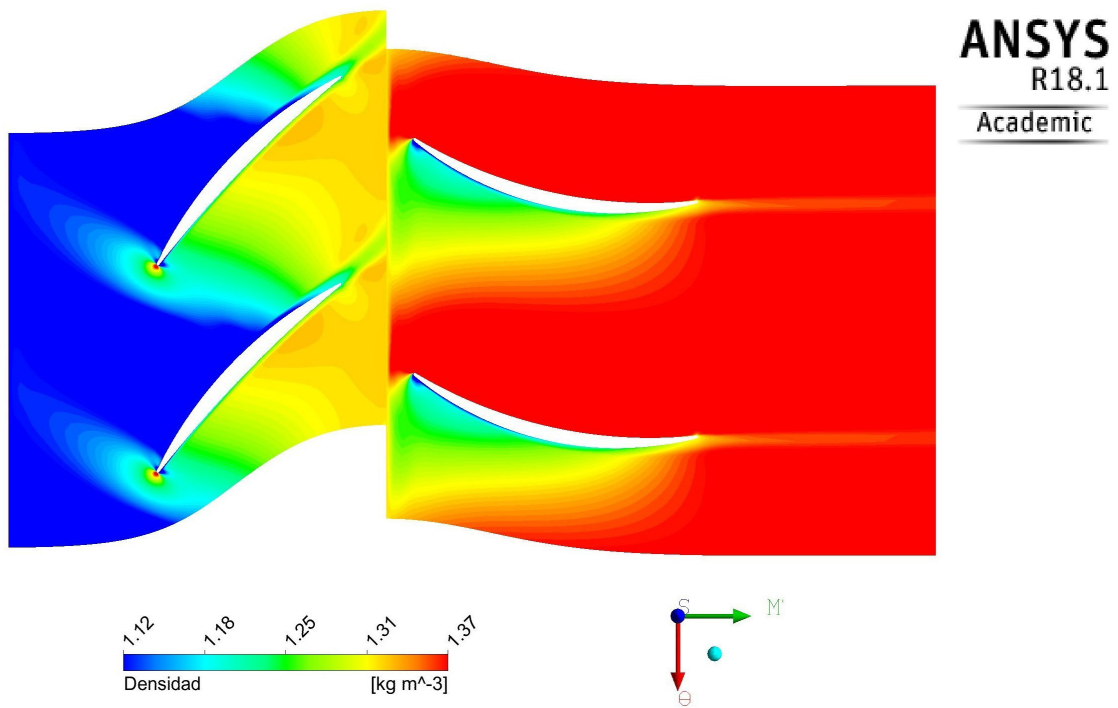


Figura 5.1.7: Densidad para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.

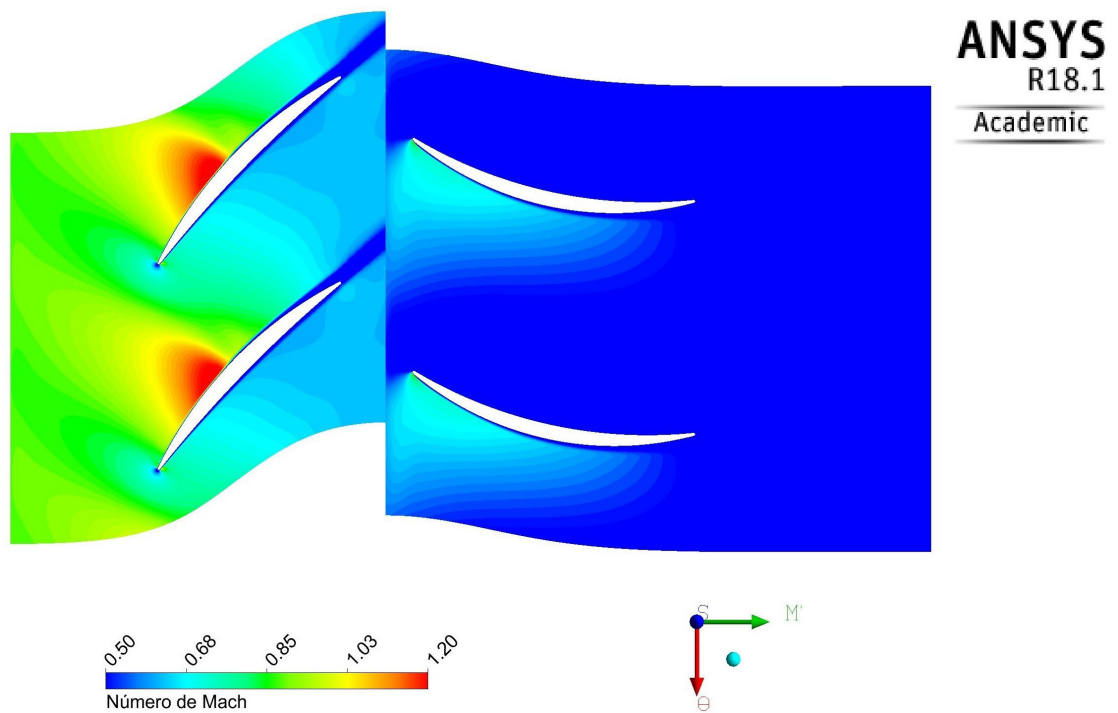


Figura 5.1.8: Número de Mach para una envergadura 50 %. Fuente: Propia.

Es claro que la compresión del fluido de trabajo ocasiona el incremento en su densidad, siendo completada en el pasaje estator, de acuerdo a lo mostrado en la Figura 5.1.7. La distribución de las citadas propiedades en el pasaje de esta primera etapa, es regida por la variación del número de Mach respecto a la velocidad relativa del aire. En la Figura 5.1.8 se aprecia la variación de este parámetro adimensional, donde se presenta la referida onda de choque en cada álabe rotor. Esta onda altera la distribución de la velocidad relativa cercana a la superficie de succión, por lo que los valores máximos solo se presentan en la primera mitad de dicha superficie.

De igual modo, se presenta en las Figuras 5.1.9, 5.1.10, 5.1.11 y 5.1.12 la distribución, en el plano meridional, de la presión total, temperatura total, densidad y número de Mach relativo, respectivamente. Se incluyó la malla de cada álabe con el objeto de apreciar la variación que provoca en estos parámetros la holgura radial.

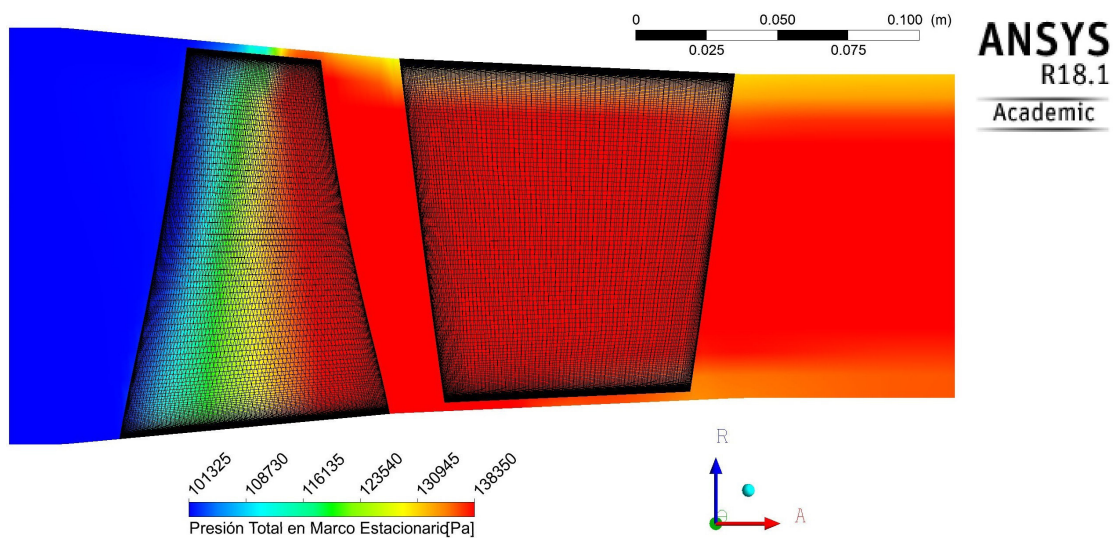


Figura 5.1.9: Presión total en el plano meridional. Fuente: Propia.

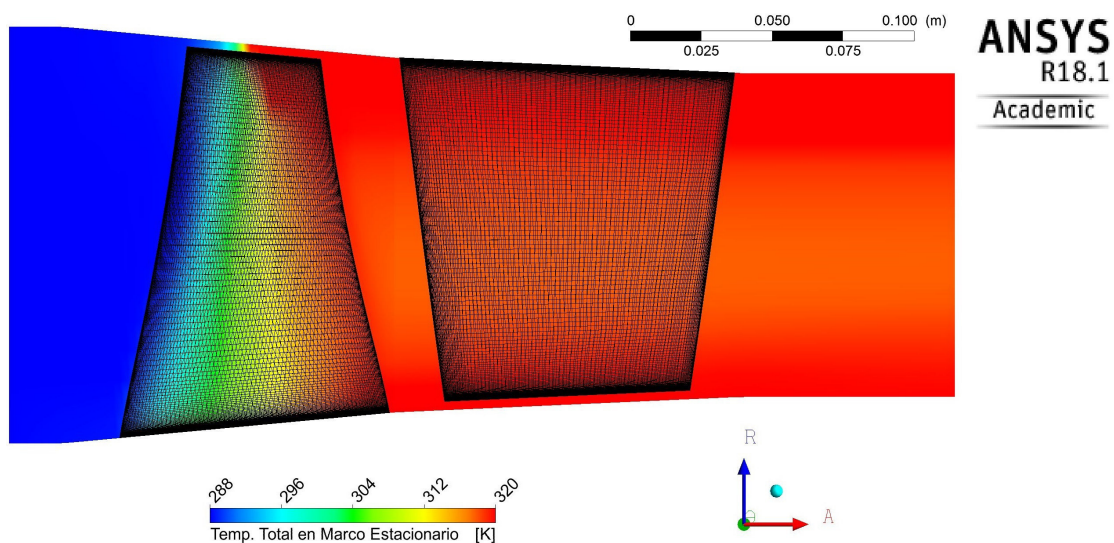


Figura 5.1.10: Temperatura total en el plano meridional. Fuente: Propia.

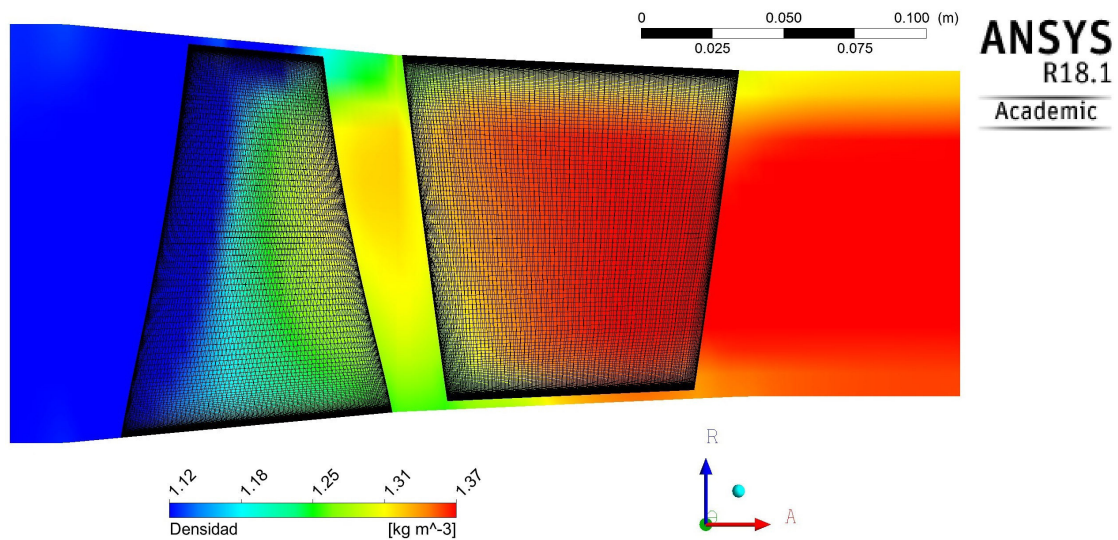


Figura 5.1.11: Densidad en el plano meridional. Fuente: Propia.

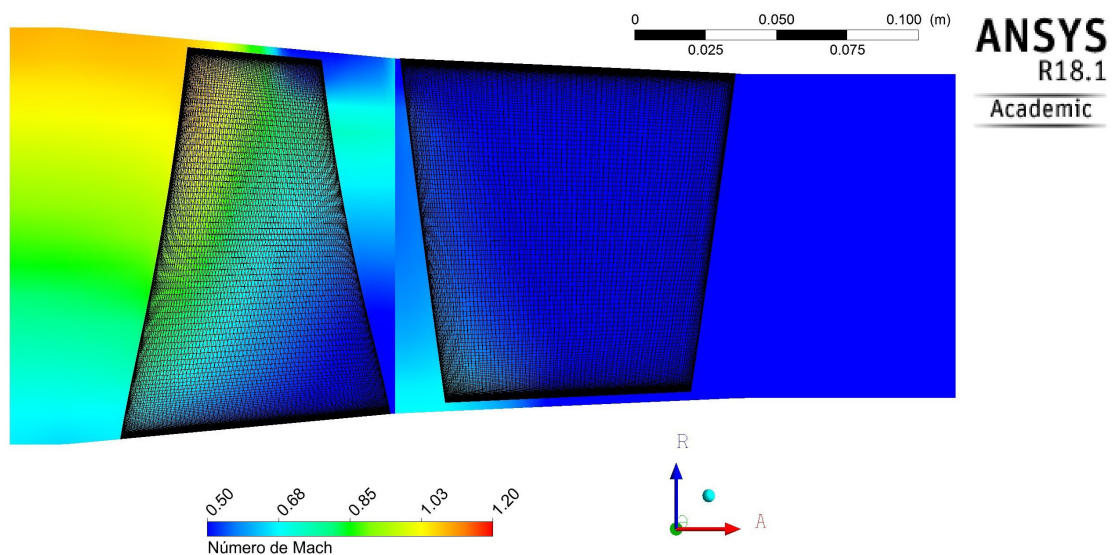


Figura 5.1.12: Número de Mach en el plano meridional. Fuente: Propia.

Adicionalmente, se muestra en la Figura 5.1.13 y Figura 5.1.14 las distribuciones de velocidad relativa y presión estática en la superficie de presión y de succión ubicadas en la mitad de la envergadura del álabe rotor. Se apreció en la primera, la abrupta disminución de la velocidad en la superficie de succión a una distancia de aproximadamente el 35 % de la cuerda. Este descenso se debe a la presencia de la referida onda de choque. Caso contrario ocurrió con la presión estática, pues esta onda genera el aumento súbito de este parámetro. Asimismo, se observó una distribución casi uniforme de la velocidad y la presión estática característico en la superficie de presión del álabe rotor.

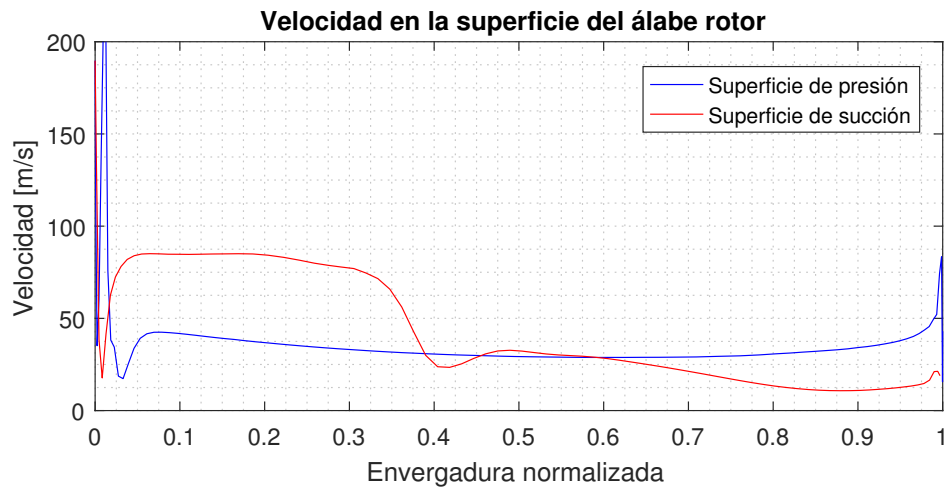


Figura 5.1.13: Velocidad en la superficie del álabe rotor (adyacente a la capa límite). Fuente: Propia.

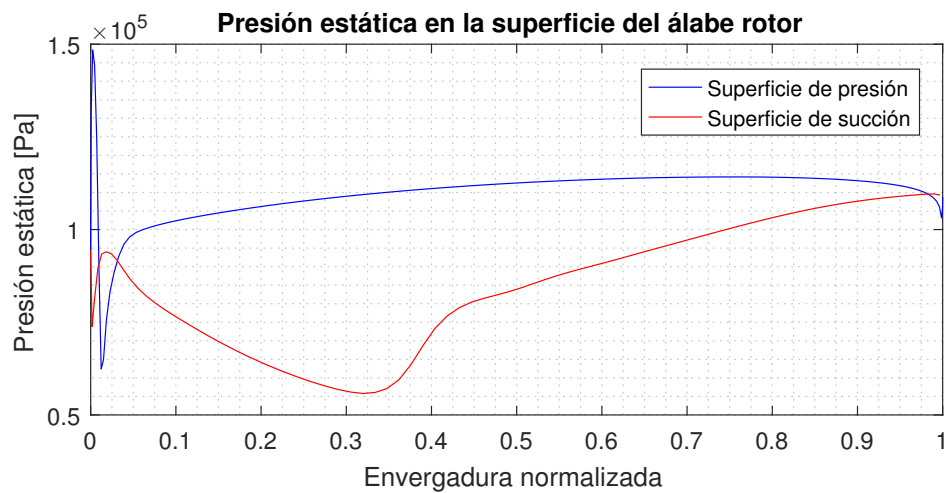


Figura 5.1.14: Presión en la superficie del álabe rotor. Fuente: Propia.

Para finalizar la sección, se presenta en la Figura 5.1.15 y Figura 5.1.16 los resultados de presión total y temperatura total en la superficie de los álabes y del cubo. La primera información debe ser utilizada para realizar un análisis estructural del álabe que permita determinar si el espesor considerado soportará los esfuerzos centrífugos, mientras que con la distribución de temperatura debe determinarse la elongación radial máxima del álabe.

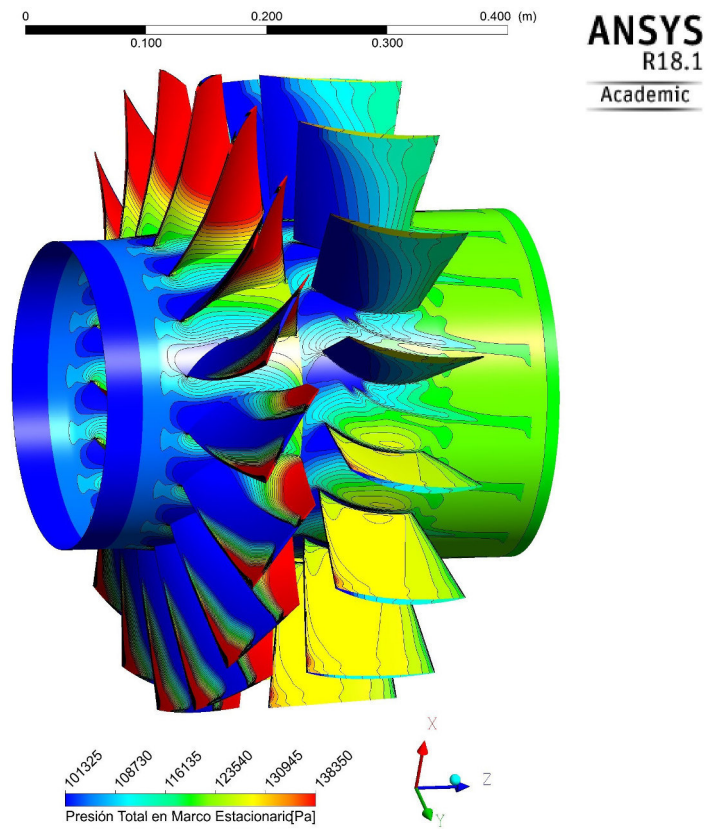


Figura 5.1.15: Presión total en la superficie de los álabes. Fuente: Propia.

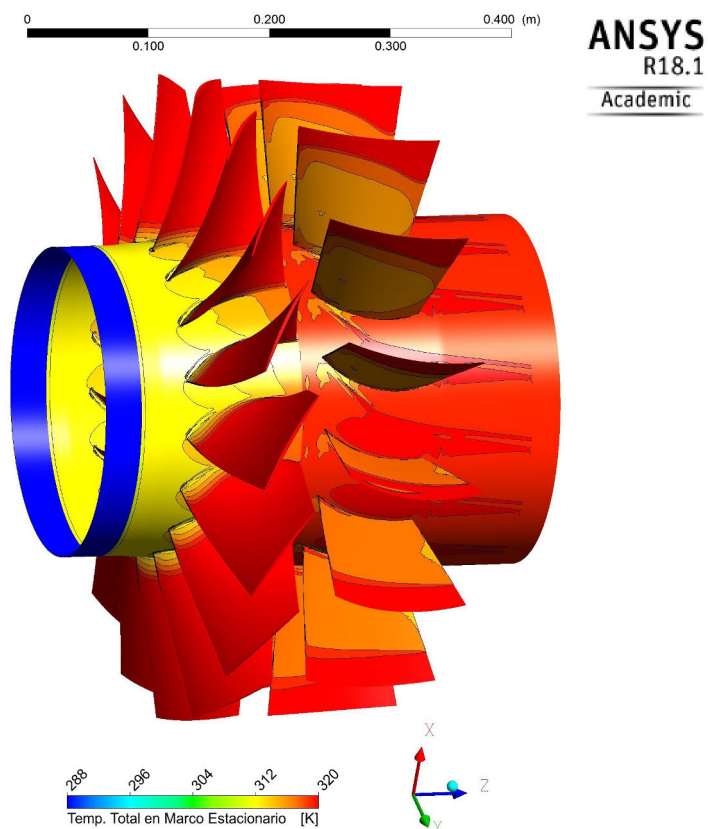


Figura 5.1.16: Temperatura total en la superficie de los álabes. Fuente: Propia.

5.2. Resultados para Distintos Puntos de Trabajo

Se utilizó la malla computacional más fina para evaluar el desempeño de la primera etapa del compresor axial diseñado frente a una variación en el flujo másico de entrada. Los resultados acerca de la presión total, la temperatura total y la eficiencia isoentrópica de compresión son presentados en la Tabla 5.2.1.

Tabla 5.2.1: Resultados para distintos puntos de trabajo.

Flujo Másico [kg/s]	Relación de Presión	Relación de Temperatura	Eficiencia Isoentrópica [%]
29.2	1.366	1.090	85.64
30.0	1.365	1.109	86.20
31.0	1.345	1.105	85.29
32.0	1.290	1.094	80.58

Estos resultados muestran la máxima eficiencia de la etapa diseñada en el punto de operación especificado, así como el aumento progresivo de la relación de presión cuando se disminuye el flujo másico. De acuerdo con lo expuesto en la Figura 2.1.9, mientras se disminuya más el flujo másico los álabes entrarán en pérdida produciéndose la inversión en la dirección del flujo. En el análisis de la etapa diseñada, la solución numérica divergió para flujos menores a 29.2 kg/s, por lo que se presume que el compresor ha ingresado en este régimen de inestabilidad.

De manera análoga se evaluó el comportamiento de la turbomáquina considerando el incremento del flujo másico. El efecto fue más pronunciado para este caso, pues al elevarse el referido flujo se presentó un decremento sustancial en la relación de presión. La Figura 2.1.9 confirmó igualmente este comportamiento. En esta situación, la relación de temperatura descendió hasta un valor mínimo de 1.09 y, a su vez, la eficiencia isoentrópica de compresión disminuye hasta un valor de 80.58 %.

Tal como se mencionó en el segundo capítulo, un mayor incremento del flujo másico puede producir que el pasaje de álabes se bloquee. Se ha considerado el diseño de una etapa transónica, por lo que el fenómeno de bloqueo ocurrirá a un flujo másico menor en comparación con una situación subsónica. Asimismo, la solución numérica no converge para valores mayores a 32 kg/s, por lo que también se presume que el bloqueo de los pasajes se presentó en este punto.

Se elaboró en la Figura 5.2.1, la curva de desempeño de la primera etapa del compresor axial diseñado. En ella se presentaron los resultados de la Tabla 5.2.1 correspondiente a la relación de presión y relación de temperatura, además de la eficiencia isoentrópica de compresión.

Por último, se recalca la necesidad de estudiar la determinación de los márgenes de trabajo descritos y su influencia en el diseño de los álabes del compresor axial.

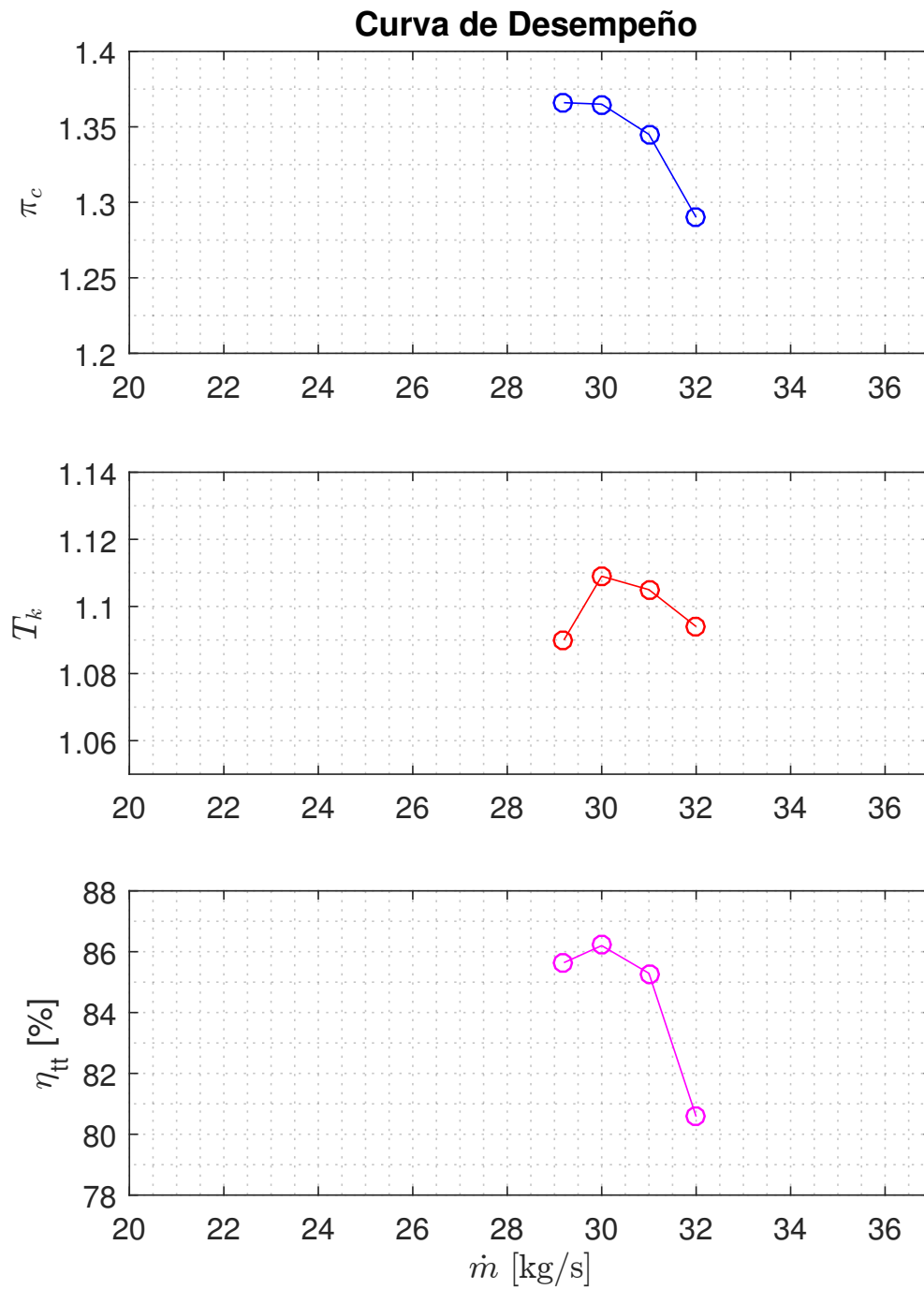


Figura 5.2.1: Curva de desempeño de la primera etapa del compresor axial diseñado. Fuente: Propia.

5.3. Trabajos Futuros

Se completó el diseño de la primera etapa del compresor axial con resultados favorables. Sin embargo, debe señalarse que se trata de una primera estimación la cual debe ser ajustada realizando el diseño de las etapas siguientes. En ese sentido, se considera como paso subsecuente utilizar la metodología presentada para desarrollar todo el diseño fluidodinámico del compresor.

De acuerdo a lo mencionado en el capítulo previo, es necesario realizar un análisis profundo para estimar el margen de operación, determinado por el punto de sobrecarga y el punto de choque. Asimismo, estudiar el diseño del álabe que contemple el incremento del rango de operación. Una de las razones principales sería la aplicación en aeronaves donde se requiera una rápida respuesta del sistema de control de empuje, considerando una amplia variación en el flujo másico suministrado.

Se ha considerado el diseño de un perfil DCA para la generación del alabe rotor y estator. Debido a la simplicidad del mismo se ha obtenido la eficiencia isoentrópica mostrada en el cuadro anterior. Es por ello, que debe revisarse nuevos métodos de generación de perfiles aerodinámicos aplicados a compresores axiales, ya sean estos utilizados para flujos en régimen subsónico o transónico. De igual forma, debe analizarse los ángulos de incidencia y desviación que produzcan dichos perfiles.

Conforme a lo revisado en el primer capítulo, se debe analizar a profundidad los métodos de optimización de álabes que permitan mejorar el desempeño de la turbomáquina sopesando las pérdidas presentadas en un flujo tridimensional.

Por último, debe integrarse el análisis fluidodinámico con el análisis mecánico con el objeto de determinar los esfuerzos presentes en los álabes que permitan definir los espesores adecuados en los álabes rotores y estatores, así como un análisis térmico para estimar el desplazamiento radial máximo de cada álabe.

Conclusiones

- Se revisó la evolución de las turbinas de gas, desde las primeras patentes de invención hasta la fabricación y prueba de estos turborreactores. Se realizó, también, el estudio del estado del arte del diseño aerodinámico de compresores axiales, donde se incluyó estudios acerca de la optimización de los álabes. Asimismo, se describió el proceso de funcionamiento de una turbina de gas y se expuso, además, los conceptos fundamentales relacionados al diseño aerodinámico de compresores axiales.
- Se realizó el cálculo aerodinámico de un álabe de compresor axial para un turborreactor y se realizó la simulación fluidodinámica de la primera etapa, comprobándose la efectividad del diseño propuesto.
- Se realizó el diseño preliminar del compresor axial para un flujo másico de 30 kg/s y una relación de presión de 9. Para ello, se estimó inicialmente la geometría de ingreso y salida del compresor. Esto permitió determinar el triángulo de velocidades en la primera etapa, así como el trabajo desarrollado por la misma.
- Se expuso el diseño tridimensional del álabe rotor y estator de la primera etapa, donde se seleccionó como perfil aerodinámico el perfil DCA debido a sus precedentes en aplicaciones con flujo en régimen transónico.
- Se realizó el procedimiento para evaluar el desempeño de la etapa diseñada usando el software CFD comercial Ansys-CFX. El tratamiento del dominio computacional, así como la definición de las condiciones iniciales y condiciones de frontera favorecieron la convergencia de la solución numérica.
- La simulación fluidodinámica computacional comprobó la eficacia del diseño tridimensional de la primera etapa del compresor axial. Se logró alcanzar la relación de presión especificada con un error del 2.63 %. De igual manera la relación de temperatura determinada mediante la simulación numérica confirmó la estimación previa con un error de 1.74 %.
- La etapa diseñada presentó una eficiencia isoentrópica de compresión de 86.20 %. Se determinó que este valor fue el resultado de la selección del tipo de perfil, así como de las pérdidas secundarias provocadas por la holgura radial de los álabes.
- Se determinó la curva de desempeño de la etapa diseñada, en la cual se aprecia el rango de trabajo definido por el punto de bombeo y el punto de choque.

Recomendaciones

- Realizar un análisis de la influencia del refinamiento de la malla en la simulación de un compresor axial que permita disminuir el tiempo de cálculo.
- Investigar la posibilidad de realizar una simulación sin considerar la holgura radial en los álabes y tomar los resultados como condiciones iniciales para el caso de una simulación considerando dicha holgura. Esto podría reducir considerablemente el tiempo de simulación fluidodinámica.
- Tomar en cuenta la posibilidad de posibles fenómenos de sobrecarga y bloqueo al realizar variaciones en el flujo másico durante la etapa de simulación fluidinámica.
- Revisar la aplicación de la metodología de diseño de los álabes de la primera etapa considerando otros tipos de perfiles.

Bibliografía

- Abate, G. (2012). *Aerodynamic optimization of a transonic axial compressor rotor* (Tesis de Ingeniero). Recuperado de <http://tesi.cab.unipd.it/42424/>.
- ANSYS (2013a). *ANSYS CFX-Solver: Modeling Guide*. Canonsburg, Pensilvania, Estados Unidos.
- ANSYS (2013b). *ANSYS CFX-Solver: Theory Guide*. Canonsburg, Pensilvania, Estados Unidos.
- Aungier, R. H. (2003). *Axial-flow compressors: a strategy for aerodynamic design and analysis*. New York, USA: ASME Press.
- Bathie, W. W. (2002). *Fundamentos de turbinas de gas*, volume 1. D.F., México: Editorial Limusa.
- Benini, E. (2011). *Advances in Gas Turbine Technology*. London, UK: IntechOpen.
- Boyce, M. P. (2012). *Gas turbine engineering handbook*. Massachusetts, United States: Butterworth-Heinemann.
- Breeze, P. (2016). *Gas-Turbine Power Generation*. London, UK: Academic Press.
- Chen, L., Sun, F., and Wu, F. (2005). Optimum design of a subsonic axial-flow compressor stage. *Applied Energy*, 80(2):187–195. doi:10.1016/j.apenergy.2004.03.008.
- Cohen, H., Rogers, G. F. C., Saravanamuttoo, H. I. H., and (r.) Saravanamuttoo, H. (1987). *Gas turbine theory*. Harlow, England: Longman Scientific & Technical.
- De Haller, P. (1953). Das verhalten von tragflügelgittern in axialverdichtern und im windkanal. *Brennst-Wärme-Kraft*, 5(10):333–337.
- Dixon, S. L. and Hall, C. (2014). *Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery*. Massachusetts, United States: Butterworth-Heinemann.
- Eckardt, D. and Ruffi, P. (2001). Advanced gas turbine technology: Abb/bbc historical firsts. In *ASME Turbo Expo 2001: Power for Land, Sea, and Air, New Orleans, Louisiana, USA*, page V003T02A010. American Society of Mechanical Engineers. doi:10.1115/2001-GT-0395.

- El-Sayed, A. F. (2008). *Aircraft propulsion and gas turbine engines*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- El-Sayed, A. F. (2016). *Fundamentals of Aircraft and Rocket Propulsion*. London: Springer.
- Ersavas, F. (2011). *Multidisciplinary Conceptual Design of a Transonic High Pressure Compressor* (Tesis de Maestría). Recuperado de <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/148353.pdf>.
- Farokhi, S. (2014). *Aircraft propulsion*. West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons.
- Gallimore, S. (1999). Axial flow compressor design. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(5):437–449.
- Giampaolo, A. (2006). *Gas turbine handbook: principles and practices*. USA: Fairmont Press.
- Gorla, R. S. and Khan, A. A. (2003). *Turbomachinery: design and theory*. USA: CRC Press.
- Greatrux, D. R. (2012). *Powered Flight*. London, UK: Springer.
- Guillermo, J. J. (2006). *Simulación fluidodinámica alrededor de un perfil NACA mediante el método de volúmenes finitos* (Tesis de Ingeniero). Recuperado de <http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/1259>.
- Hah, C. (1996). *Turbomachinery Fluid Dynamics and Heat Transfer*. USA: CRC Press.
- Herrig, L. J., Emery, J. C., and Erwin, J. R. (1951). *Systematic two-dimensional cascade tests of NACA 65-series compressor blades at low speeds* (Reporte No. NACA-TR-1368). Recuperado de <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930092353.pdf>.
- Howell, A. (1945). Fluid dynamics of axial compressors. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 153(1):441–452. doi:10.1243/PIME_PROC_1945_153_049_02.
- Huntsman, I. and Hothersall, R. (2001). A 3d navier-stokes solver for the design and analysis of turbomachinery. In *14th Australasian Fluid Mechanics Conference, Adelaide University, Adelaide, Australia, 653-656*. Recuperado de <https://people.eng.unimelb.edu.au/imarusic/proceedings/14/FM010100.PDF>.
- Jaiswal, U. A. and Joshi, S. (2009). Design and analysis of stator, rotor and blades of the axial flow compressor. *International Journal of Engineering Development and Research*, 1(1):24–29. Recuperado de <https://www.ijedr.org/papers/IJEDR1301005.pdf>.
- Johnsen, I. A. and Bullock, R. O. (1965). *Aerodynamic Design of Axial-Flow Compressors* (Reporte No. NASA-SP-36). Recuperado de <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19650013744.pdf>.
- Johnson, R. W. (2016). *Handbook of fluid dynamics*. US: CRC Press.
- Kehlhofer, R., Hannemann, F., Rukes, B., and Stirnimann, F. (2009). *Combined-cycle gas & steam turbine power plants*. Oklahoma, USA: Pennwell Books.

- Koch, C. (1981). Stalling pressure rise capability of axial flow compressor stages. *Journal of Engineering for Power*, 103(4):645–656. doi:10.1115/1.3230787.
- Larosiliere, L. M., Wood, J. R., Hathaway, M. D., Medd, A. J., and Dang, T. Q. (2002). *Aerodynamic design study of advanced multistage axial compressor* (Reporte No. NASA/TP-2002-211568). Recuperado de <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20030014624.pdf>.
- Lee, S.-Y. and Kim, K.-Y. (2000). Design optimization of axial flow compressor blades with three-dimensional navier-stokes solver. *KSME International Journal*, 14(9):1005–1012.
- Lieblein, S. (1959). Loss and stall analysis in compressor cascades. *Journal of Basic Engineering*, 81(3):387–397. doi:10.1115/1.4008481.
- Mamidoju, C. (2014). *Computational Analysis Of A Multistage Axial Compressor* (Tesis de Maestría). Recuperado de <https://rc.library.uta.edu/uta-ir/handle/10106/24476>.
- Mattingly, J. D. and Von Ohain, H. (2006). *Elements of propulsion: gas turbines and rockets*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Reston, Va, USA.
- Moreira, F., da Silva, A. C., da Silva, A. B., and Su, J. (2009). Preliminary aerodynamic design of multi-stage axial flow compressors using mathematica. In *COBEM International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, RS, Brazil*. Recuperado de <http://www.abcm.org.br/anais/cobem/2009/pdf/C0B09-3322.pdf>.
- Moukalled, F., Mangani, L., and Darwish, M. (2016). *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab*, volume 113. Nueva York: Springer.
- Perrotti, D. (2013). *Two Dimensional Design of Axial Compressor-An Enhanced Version of LUAX-C* (Tesis de Maestría). Recuperado de <https://lup.lub.lu.se/student-papers/search/publication/3738187>.
- Pletcher, R. H., Tannehill, J. C., and Anderson, D. (2012). *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Pulliam, T. H. and Zingg, D. W. (2014). *Fundamental algorithms in computational fluid dynamics*. Switzerland: Springer.
- Railly, J. (1961). Three-dimensional design of multi-stage axial-flow compressors. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 3(3):214–224. doi:10.1243/JMES_JOUR.1961.003.028.02.
- Raval, B. B. and Virani, V. G. (2014). Aerodynamic design of axial flow compressor. *International Journal of Engineering Development and Research*, 2(1):738–743. Recuperado de <https://www.ijedr.org/papers/IJEDR1401134.pdf>.
- Rolls-Royce (1986). *The jet engine*. Birmingham, England: Rolls-Royce plc.
- Schobeiri, M. (2005). *Turbomachinery flow physics and dynamic performance*. Heidelberg: Springer.

- Torenbeek, E. and Wittenberg, H. (2009). *Flight physics: essentials of aeronautical disciplines and technology, with historical notes*. Germany: Springer Science & Business Media.
- Tu, J., Yeoh, G. H., and Liu, C. (2012). *Computational fluid dynamics: a practical approach*. UK: Butterworth-Heinemann.
- Van Der Linden, S. (1988). The world's first industrial gas turbine set at neuchâtel (1939). *ASME International Historic Mechanical Engineering Landmark, Neuchâtel, Switzerland*. Recuperado de <https://www.asme.org/wwwasmeorg/media/resourcefiles/aboutasme/who%20we%20are/engineering%20history/landmarks/135-neuchatel-gas-turbine.pdf>.
- Wadia, A., Wolf, D., and Haaser, F. (1999). Aerodynamic design and testing of an axial flow compressor with pressure ratio of 23.3: 1 for the LM2500+ gas turbine. In *ASME 1999 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, Indianapolis, Indiana, USA, V001T03A042*. doi:10.1115/1.1464562.
- Xiaoqing, Q., Songtao, W., Guotai, F., and Zhongqi, W. (2008). Aerodynamic design and analysis of a low-reaction axial compressor stage. *Chinese Journal of Aeronautics*, 21(1):1–7. doi:10.1016/S1000-9361(08)60001-1.
- Yahya, S. (2002). *Turbines compressors and fans*. New Delhi, India: Tata McGraw-Hill Education.

Apéndice A

Relaciones Diversas

A.1. Relaciones trigonométricas para el triángulo de velocidades

Las siguientes relaciones trigonométricas son obtenidas para el triángulo de velocidades (Yahya, 2002), donde se asume $u = u_1 \approx u_2$.

Para el triángulo de velocidades en la entrada:

$$c_{x1} = c_1 \cos \alpha_1 = w_1 \cos \beta_1 \quad (\text{A.1})$$

$$c_{y1} = c_1 \sin \alpha_1 = c_{x1} \tan \alpha_1 \quad (\text{A.2})$$

$$w_{y1} = w_1 \sin \beta_1 = c_{x1} \tan \beta_1 \quad (\text{A.3})$$

$$U = c_{y1} + w_{y1} \quad (\text{A.4})$$

$$U = c_1 \sin \alpha_1 + w_1 \sin \beta_1 \quad (\text{A.5})$$

$$U = c_{x1}(\tan \alpha_1 + \tan \beta_1) \quad (\text{A.6})$$

Para el triángulo de velocidades en la entrada:

$$c_{x2} = c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 \quad (\text{A.7})$$

$$c_{y2} = c_2 \sin \alpha_2 = c_{x2} \tan \alpha_2 \quad (\text{A.8})$$

$$w_{y2} = w_2 \sin \beta_2 = c_{x2} \tan \beta_2 \quad (\text{A.9})$$

$$U = c_{y2} + w_{y2} \quad (\text{A.10})$$

$$U = c_2 \sin \alpha_2 + w_2 \sin \beta_2 \quad (\text{A.11})$$

$$U = c_{x2}(\tan \alpha_2 + \tan \beta_2) \quad (\text{A.12})$$

Para una velocidad axial constante a través de la etapa del compresor axial se tiene:

$$c_{x1} = c_{x2} = c_{x3} = c_x \quad (\text{A.13})$$

$$c_x = c_1 \cos \alpha_1 = w_1 \cos \beta_1 = c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 \quad (\text{A.14})$$

De las ecuaciones (A.6) y (A.12) se obtiene:

$$\frac{U}{c_x} = \frac{1}{\phi} = \tan \alpha_1 + \tan \beta_1 = \tan \alpha_2 + \tan \beta_2 \quad (\text{A.15})$$

La ecuación (A.15) también puede ser representada de otra forma utilizando las ecuaciones (A.4) y (A.10), así:

$$c_{y1} + w_{y1} = c_{y2} + w_{y2} \quad (\text{A.16})$$

$$c_{y2} - c_{y1} = w_{y1} - w_{y2}$$

$$c_x(\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) = c_x(\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad (\text{A.17})$$

A.2. Expresiones para la determinación de la eficiencia total a total

Utilizando el trabajo ideal en una etapa dado por (2.13) es posible obtener las siguientes relaciones para la eficiencia total a total en la etapa del compresor axial (Yahya, 2002).

$$n_{tt} = \frac{(\Delta p)_{est}}{\rho(h_{03} - h_{01})} \quad (\text{A.18})$$

$$n_{tt} = \frac{(\Delta p)_{est}}{\rho C_p(T_{03} - T_{01})} \quad (\text{A.19})$$

$$n_{tt} = \frac{(\Delta p)_{est}}{\rho U(C_{y2} - C_{y1})} \quad (\text{A.20})$$

Por otro lado, Dixon (Dixon and Hall, 2014) expresa la eficiencia total a total usando la razón de calores específicos del fluido de trabajo y los coeficientes de pérdida de presión en el rotor y estator (ecuación (2.4) y (2.8)). De esta manera se obtiene:

$$n_{tt} \cong 1 - \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{\left[Y_R \left(1 - \frac{p_1}{p_{01rel}} \right) + Y_S \left(1 - \frac{p_2}{p_{02}} \right) \right]}{1 - \frac{T_{01}}{T_{03}}} \quad (\text{A.21})$$

A.3. Expresiones matemáticas que representan la relación entre los triángulos de velocidades y los parámetros ψ , ϕ y R

Utilizando el triángulo de velocidades, es claro que $c_{y1} = U - w_{y1}$ y $c_{y2} = U - w_{y2}$. De este modo, es posible reescribir la ecuación (2.22) como (A.22) o (A.23).

$$\psi = \phi (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad (\text{A.22})$$

$$\psi = 1 - \phi (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) \quad (\text{A.23})$$

Una forma alternativa muy usada para la determinación del grado de reacción es expresado en términos de los ángulos de salida del fluido de cada fila de álabes en la etapa ([Dixon and Hall, 2014](#)), tal como se aprecia en (A.24).

$$R = \frac{1}{2} + \frac{\phi}{2} (\tan \beta_2 - \tan \alpha_1) \quad (\text{A.24})$$

Además, eliminando β_2 entre (A.24) y (A.23) se obtiene la nueva expresión (A.25) para determinar el valor de ψ .

$$\psi = 2(1 - R - \phi \tan \alpha_1) \quad (\text{A.25})$$

De igual manera, Aungier ([Aungier, 2003](#)) proporciona las siguientes relaciones, considerando la incorporación de álabes guía:

$$\frac{c_{y1}}{U} = \frac{c_{y3}}{U} = 1 - R - \frac{\psi}{2} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{c_{y2}}{U} = 1 - R + \frac{\psi}{2} \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{w_{y1}}{U} = \frac{c_{y1}}{U} - 1 = -R - \frac{\psi}{2} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{w_{y2}}{U} = \frac{c_{y2}}{U} - 1 = -R + \frac{\psi}{2} \quad (\text{A.29})$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{1 - R - \frac{\psi}{2}}{\phi} \quad (\text{A.30})$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{1 - R + \frac{\psi}{2}}{\phi} \quad (\text{A.31})$$

$$\tan \beta_1 = \frac{-\left(R + \frac{\psi}{2}\right)}{\phi} \quad (\text{A.32})$$

$$\tan \beta_2 = \frac{\frac{\psi}{2} - R}{\phi} \quad (\text{A.33})$$

Apéndice B

Programas elaborados

B.1. Programa para el cálculo de las variables termodinámicas y de la geometría del compresor axial

```
1 clear; clc;
2 %% Datos:
3 % Condiciones ambientales
4 To = 15;          % C + 273.15 = 288.15 K
5 po = 101325;      % Pa
6 gama = 1.4;       % = Cp/Cv
7 Cp = 1005;        % J/(Kg*K) se asume constante
8 M_in = 0.5;       % M en la entrada del compresor:
9 R = (gama - 1)*Cp/gama; % Constante particular del aire
10 WDF = 0.86;
11 WDF_etapas(1,1) = 0.96;
12 WDF_etapas(2,1) = 0.90;
13 WDF_etapas(3,1) = 0.87;
14 WDF_etapas(4,1) = 0.85;
15 % Relacion de presion total:
16 pi_c = 9;
17 % Eficiencia politropica constante a lo largo del compresor.
18 np = 0.90;
19 % Flujo masico
20 m = 30; % Kg/s
21 % Relacion hub-tip:
22 r_ht = 0.50;      % m
23 % Coeficiente de flujo:
24 % phi = 0.3752;
25 % Coeficiente de carga:
26 % psi = 0.35;
```

```

27 % Relacion hub-tip:
28 r_ht = 0.50;      % m
29 % Coeficiente de flujo:
30 % phi = 0.3752;
31 % Coeficiente de carga:
32 % psi = 0.35;
33 % Grado de reaccion en la seccion media:
34 GR(1,1) = 0.78;   % 1era opcion de diseno
35 % Solidez:
36 sigma(1,1) = 1.25;
37 sigma(2,1) = 1.25;
38 % No existe IGV
39 alpha(1,2,1) = 0;
40 alpha(1,2,2) = alpha(1,2,1)*(180/pi);
41 % Velocidad tangencial
42 % U(1,1,1) = c(1,1,2)/phi;      % m/s
43 U(1,1,1) = 350; % se selecciona la vel tangencial en la carcaza
44 % - Las etapas son repetitivas
45 % - Velocidad axial constante Cz
46 % Atmosfera Estandar Internacional:
47 altitud = 16000; % km
48 rho_aei = 0.165420; % kg/m3
49 mu_aei = 0.0000143226; % Pa s
50 % Reynolds:
51 Rec = 330000;
52 % Factor de Bloqueo:
53 BLK_etapas(1,1) = 0.98;
54 BLK_last = 0.88;
55 %% Calculos termodinamicos:
56 T(1,1) = To + 273.15; % T(1,1): Ttotal
57 T(1,2) = T(1,1)/((1 + (gama - 1)*M_in^2/2)); % T(1,2):
    Testatica
58 p(1,1) = po; % p(1,1): Ttotal
59 p(1,2) = p(1,1)/(1 + (gama - 1)*M_in^2/2)^(gama/(gama - 1)); %
    p(1,2): Testatica
60 rho(1,2) = p(1,2)/(R*T(1,2)); % Densidad
61 %% Calculos en la entrada:
62 % Velocidad de sonido
63 a(1,1) = sqrt((gama - 1)*Cp(1,1)*T(1,2));
64 % Velocidad axial
65 c(1,1,1) = a(1,1)*M_in; % se asumira constante en todo el
    compresor
66 c(1,1,2) = c(1,1,1);

```

```

67 c(1,2,1) = c(1,1,1)*cos(alpha(1,2,1));
68 c(1,2,2) = c(1,2,1);
69 c(1,3,1) = c(1,1,1)*sin(alpha(1,2,1));
70 c(1,3,2) = c(1,3,1);
71 % Area de la ec de continuidad para flujo uniforme y
    estacionario:
72 A(1,1) = m/(rho(1,2)*c(1,2,1)*BLK_etapas(1,1));
73 % Radio de la carcaza:
74 r(1,1) = sqrt(A(1,1)/(pi*(1 - r_ht^2)));
75 r(1,3) = r_ht*r(1,1);
76 r(1,2) = (r(1,1) + r(1,3))/2;
77 fprintf('r1_carcaza: %6.4f m\n',r(1,1));
78 fprintf('r1_cubo: %6.4f m\n',r(1,3));
79 fprintf('r1_medio: %6.4f m\n',r(1,2));
80 %% Parametros a la salida del compresor:
81 % Relacion de temperatura del compresor
82 tc = pi_c^((gama - 1)/(np*gama));
83 % Presion total a la salida del compresor:
84 p_exit(1,1) = pi_c*po;
85 % Temperatura total a la salida del compresor:
86 T_exit(1,1) = tc*T(1,1);
87 % Velocidad a la salida:
88 c_exit = c(1,2,1);
89 % Temperatura estatica:
90 T_exit(1,2) = T_exit(1,1) - c_exit^2/(2*Cp);
91 % Velocidad del sonido a la salida es:
92 a_exit = sqrt((gama - 1)*Cp*T_exit(1,2));
93 % M en la descarga:
94 M_exit = c(1,2,1)/a_exit;
95 % Presion estatica a la salida:
96 p_exit(1,2) = p_exit(1,1)/(1 + (gama - 1)*M_exit^2/2)^(gama/(
    gama - 1));
97 % Densidad estatica a la salida:
98 rho_exit(1,2) = p_exit(1,2)/(R*T_exit(1,2));
99 % Area a la salida del compresor:
100 A_exit = m/(rho_exit(1,2)*c(1,2,1)*BLK_last);
101 % Altura del alabe a la salida del compresor:
102 H_exit = A_exit/(2*pi*r(1,2));
103 % Radio del cubo a la salida:
104 r_exit(1,3) = r(1,2) - H_exit/2;
105 % Radio de la carcasa a la salida:
106 r_exit(1,1) = r(1,2) + H_exit/2;
107 %% Calculos de seccion media

```

```

108 % ENTRADA ROTOR:
109 % Velocidad rotacional en el extremo del alabe rotor
110 omega(1,1,1) = U(1,1,1)/r(1,1);
111 omega(1,1,2) = omega(1,1,1)*(60/1)*(1/(2*pi));
112 % Seleccionar RPM!!!
113 omega_rpm_seleccionado = 12000;
114 fprintf('RPM_seleccionado: %6.0f\n',omega(1,1,2));
115 % Velocidad rotacional seleccionada:
116 omega(1,1,2) = omega_rpm_seleccionado;
117 omega(1,1,1) = omega_rpm_seleccionado*(2*pi/60);
118 % Velocidad tangencial en la carcasa:
119 U(1,1,1) = omega(1,1,1)*r(1,1);
120 fprintf('U1_carcasa: %6.4f\n',U(1,1,1));
121 % Velocidad Relativa en la carcasa
122 w(1,1,1) = sqrt(U(1,1,1)^2 + c(1,1,1)^2);
123 % Numero de Mach en la carcasa:
124 M(1,1,1) = w(1,1,1)/a(1,1);
125 fprintf('M1_carcasa: %6.4f\n',M(1,1,1));
126 % Velocidad rotacional del rotor en la seccion media
127 U(1,1,2) = U(1,1,1)*(r(1,2)/r(1,1));
128 % Coeficiente de flujo:
129 phi(1,2) = c(1,2,2)/U(1,1,2);
130 % angulos del flujo en la entrada del alabe rotor:
131 beta(1,2,1) = atan(U(1,1,2)/c(1,2,2));
132 beta(1,2,2) = beta(1,2,1)*(180/pi);
133 % Velocidad relativa media en la entrada:
134 w(1,1,2) = sqrt(U(1,1,2)^2 + c(1,2,2)^2);
135 w(1,2,2) = w(1,1,2)*cos(beta(1,2,1));
136 w(1,3,2) = w(1,1,2)*sin(beta(1,2,1));
137 % Componentes de la velocidad rotacional del rotor en la
    seccion media
138 U(1,2,2) = w(1,3,2);
139 U(1,3,2) = c(1,3,2);
140 % Mach en la entrada, seccion media:
141 M(1,2,2) = w(1,1,2)/a(1,1);
142 % SALIDA ROTOR - ENTRADA ESTATOR:
143 % Velocidad rotacional del rotor en la seccion media:
144 U(2,1,2) = U(1,1,2);
145 % Componente axial de velocidad relativa media en la salida:
146 w(2,2,2) = w(1,2,2);
147 c(2,2,2) = w(2,2,2);
148 % Angulo del flujo en la salida del alabe rotor:

```

```

149 beta(2,2,1) = atan((U(2,1,2)/c(2,2,2))*(2*GR(1,1) - 1) + tan(
      alpha(1,2,1)));
150 beta(2,2,2) = beta(2,2,1)*(180/pi);
151 % Velocidad relativa media en la salida:
152 w(2,1,2) = w(2,2,2)/cos(beta(2,2,1));
153 % Componente tangencial de velocidad relativa media en la
      salida:
154 w(2,3,2) = w(2,1,2)*sin(beta(2,2,1));
155 % Componente tangencial de la velocidad absoluta Cy2m
156 c(2,3,2) = 2*U(1,1,2)*(1 - GR(1,1)) - c(1,3,2);
157 % Velocidad absoluta media en la salida:
158 c(2,1,2) = sqrt(c(2,2,2)^2 + c(2,3,2)^2);
159 % Angulo del flujo en la salida del alabe rotor:
160 alpha(2,2,1) = acos(c(2,2,2)/c(2,1,2));
161 alpha(2,2,2) = alpha(2,2,1)*(180/pi);
162 % SALIDA ESTATOR:
163 % Angulo del flujo en la salida del alabe estator:
164 alpha(3,2,1) = alpha(1,2,1);
165 alpha(3,2,2) = alpha(1,2,2);
166 % Angulo del flujo en la salida del alabe estator:
167 beta(3,2,1) = beta(1,2,1);
168 % Componente axial de la velocidad absoluta Cy3m
169 c(3,2,2) = c(2,2,2);
170 % Velocidad absoluta C3m
171 c(3,1,2) = c(3,2,2)/cos(alpha(3,2,1));
172 % Componente tangencial de la velocidad absoluta Cy3m
173 c(3,3,2) = c(3,1,2)*sin(alpha(3,2,1));
174 % Factor de Difussion: DF(impar,,): rotor DF(par,,): estator
175 DF(1,2) = 1 - w(2,1,2)/w(1,1,2) + abs(w(2,3,2) - w(1,3,2))/(2*
      sigma(1,1)*w(1,1,2));
176 fprintf('DF1: %6.2f\n',DF(1,2));
177 % Factor de Difussion: DF(impar,,): rotor DF(par,,): estator
178 DF(2,2) = 1 - c(3,1,2)/c(2,1,2) + abs(c(3,3,2) - c(2,3,2))/(2*
      sigma(1,1)*c(2,1,2));
179 fprintf('DF1: %6.2f\n',DF(2,2));
180 disp('Velocidad y angulos para estacion 1:');
181 fprintf('c: %6.2f\n',c(1,1,2));
182 fprintf('cz: %6.2f\n',c(1,2,2));
183 fprintf('cy: %6.2f\n',c(1,3,2));
184 fprintf('w: %6.2f\n',w(1,1,2));
185 fprintf('wy: %6.2f\n',w(1,2,2));
186 fprintf('alfa_1: %6.2f, alfa_2: %6.2f, alfa_3: %6.2f\n',alpha
      (1,2,2),alpha(2,2,2),alpha(3,2,2));

```

```

187 fprintf('beta_1: %6.2f, beta_2: %6.2f, beta_3: -\n',beta(1,2,2)
    ,beta(2,2,2));
188 %% Numero de Etapas:
189 Delta_Ts_promedio = WDF*U(1,1,2)*c(1,2,2)*(tan(beta(1,2,1)) -
    tan(beta(2,2,1)))/Cp;
190 Delta_Tc = T_exit(1,1) - T(1,1);
191 n_etapas = ceil(Delta_Tc/Delta_Ts_promedio);
192 fprintf('n_etapas: %6.0f\n',n_etapas);
193 %% Calculos etapa por etapa:
194 if n_etapas > 4
195     for i = 5:n_etapas
196         WDF_etapas(i,1) = WDF_etapas(4,1);
197     end
198 end
199 % Factor de Bloqueo para cada etapa - Variacion Lineal:
200 delta_BLK = (BLK_etapas(1,1) - BLK_last)/(n_etapas - 1);
201 for i = 2:n_etapas
202     BLK_etapas(i,1) = BLK_etapas(i-1,1) - delta_BLK;
203 end
204 Delta_Ts = U(1,1,2)*c(1,2,2)*(tan(beta(1,2,1)) - tan(beta
    (2,2,1)))/Cp;
205 for i = 1:n_etapas
206     if i == 1
207         Tt_etapas(i,1) = T(1,1);
208         pt_etapas(i,1) = p(1,1);
209     else
210         Tt_etapas(i,1) = Tt_etapas(i-1,1) + WDF_etapas(i,1)*
            Delta_Ts;
211         pt_etapas(i,1) = pt_etapas(i-1,1)*pi_etapas(i-1,1);
212     end
213     pi_etapas(i,1) = (1 + np*WDF_etapas(i,1)*Delta_Ts/Tt_etapas
        (i,1))^(gama/(gama - 1));
214     T_etapas(i,1) = Tt_etapas(i,1) - c(1,2,1)^2/(2*Cp);
215     p_etapas(i,1) = pt_etapas(i,1)/((Tt_etapas(i,1)/T_etapas(i
        ,1))^(gama/(gama - 1)));
216     rhot_etapas(i,1) = pt_etapas(i,1)/(R*Tt_etapas(i,1));
217     rho_etapas(i,1) = rhot_etapas(i,1)/((Tt_etapas(i,1)/
        T_etapas(i,1))^(1/(gama - 1)));
218     Area_etapas(i,1) = m/(rho_etapas(i,1)*c(1,2,1)*BLK_etapas(i
        ,1));
219     H_etapas(i,1) = Area_etapas(i,1)/(2*pi*r(1,2));
220     r_t_etapas(i,1) = r(1,2) + H_etapas(i,1)/2;
221     r_h_etapas(i,1) = r(1,2) - H_etapas(i,1)/2;

```



```

222 end
223 r_m_etapas(:,1) = r(1,2)*ones(length(H_etapas),1);
224 fprintf('Relacion de presion resultante: %6.2f\n',pt_etapas(
    n_etapas,1)/pt_etapas(1,1));
225 figure(1); clf;
226 subplot(3,2,1); plot(WDF_etapas(:,1)); title('WDF'); axis([1
    n_etapas 0.8 1]);
227 subplot(3,2,2); plot(pi_etapas(:,1)); title('\pi_{etapas}');
    axis([1 n_etapas 1 1.5]);
228 subplot(3,2,3); plot(pt_etapas(:,1)/1e5); title('P_t , P');
    hold on;
229 subplot(3,2,3); plot(p_etapas(:,1)/1e5); title('P_t , P'); axis
    ([1 n_etapas 0 12]);
230 subplot(3,2,4); plot(Tt_etapas(:,1)); title('T_t , T');hold on;
231 subplot(3,2,4); plot(T_etapas(:,1));axis([1 n_etapas 200 700]);
232 subplot(3,2,5); plot(rhot_etapas(:,1)); title('\rho_t , \rho');
    hold on;
233 subplot(3,2,5); plot(rho_etapas(:,1)); axis([1 n_etapas 0 8]);
234 subplot(3,2,6); plot(r_t_etapas(:,1)*10); title('r_t , r_h');
    hold on;
235 subplot(3,2,6); plot(r_h_etapas(:,1)*10);
236 subplot(3,2,6); plot(r_m_etapas(:,1)*10); axis([1 n_etapas 0
    3]);
237 figure(2); clf;
238 plot((1:n_etapas),WDF_etapas(:,1),'ob-','Markersize',5);
239 set(gca,'xtick',(1:1:n_etapas+1))
240 title('Factor de Disminucion de Trabajo (\Omega)');
241 xlabel('Etapas');
242 ylabel('\Omega');
243 axis([0 n_etapas+1 0.8 1]);
244 figure(3); clf;
245 plot((1:n_etapas)+0.5,Tt_etapas(:,1),'ob-','Markersize',5);
    hold on;
246 plot((1:n_etapas)+0.5,T_etapas(:,1),'or-','Markersize',5);
247 set(gca,'xtick',(1:1:n_etapas+1));
248 set(gca,'ytick',(250:100:650));
249 title('Temperatura en la salida de cada etapa');
250 xlabel('Etapas');
251 ylabel('Temperatura [K]');
252 legend('T_{total}','T_{estatica}','Location','northwest');
253 axis([1 n_etapas+1 250 650]);
254 figure(4); clf;
255 plot((1:n_etapas),pi_etapas(:,1),'ob-','Markersize',5);

```

```

256 set(gca, 'xtick', (1:1:n_etapas+1));
257 set(gca, 'ytick', (1.1:0.05:1.4))
258 title('Relacion de presion por etapas (\pi)');
259 figure(5); clf;
260 plot((1:n_etapas)+0.5, pt_etapas(:,1)/1e5, 'ob-', 'Markersize', 5);
    hold on;
261 plot((1:n_etapas)+0.5, p_etapas(:,1)/1e5, 'or-', 'Markersize', 5);
262 plot((1:n_etapas)+0.5, (p_exit(1,1)/1e5)*ones(length(pt_etapas)
    ,1), 'b--');
263 set(gca, 'xtick', (1:1:n_etapas+1));
264 title('Presion en la salida de cada etapa');
265 xlabel('Etapas');
266 ylabel('Presion [bar]');
267 legend('P_{total}', 'P_{estatica}', 'Location', 'northwest');
268 txt1 = 'Presion total minima a la salida del compresor';
269 text(4, (p_exit(1,1)/1e5)+0.5, txt1)
270 axis([1 n_etapas+1 0 12]);
271 figure(6); clf;
272 plot((1:n_etapas)+0.5, rho_etapas(:,1), 'ob-', 'Markersize', 5);
    hold on;
273 plot((1:n_etapas)+0.5, rho_etapas(:,1), 'or-', 'Markersize', 5);
274 set(gca, 'xtick', (1:1:n_etapas+1));
275 title('Densidad en la salida de cada etapa');
276 xlabel('Etapas');
277 ylabel('Densidad [kg/m^3]');
278 legend('\rho_{total}', '\rho_{estatica}', 'Location', 'northwest')
    ;
279 axis([1 n_etapas+1 1 7]);
280 figure(7); clf;
281 plot((1:n_etapas)+0.5, r_t_etapas(:,1)*100, 'ob-', 'Markersize', 5)
    ; hold on;
282 plot((1:n_etapas)+0.5, r_m_etapas(:,1)*100, 'k--', 'Markersize', 5)
    ;
283 plot((1:n_etapas)+0.5, r_h_etapas(:,1)*100, 'om-', 'Markersize', 5)
    ;
284 set(gca, 'xtick', (1:1:n_etapas+1));
285 title('Radios en la salida de cada etapa');
286 xlabel('Etapas');
287 ylabel('Radio [cm]');
288 legend('r_{carcasa}', 'r_{medio}', 'r_{cubo}', 'Location', '
    southeast');
289 axis([1 n_etapas+1 0 30]);
290 etapas_num = (1:n_etapas)';

```

```

291 disp('Radios');
292 disp('      Etapa  r_tip [mm]  r_medio [mm]  r_hub [mm]');
293 disp([ etapas_num r_t_etapas(:,1)*1000 r_m_etapas(:,1)*1000
        r_h_etapas(:,1)*1000]);
294 disp('Presiones');
295 disp('      Etapa  P_total [Pa]  P_estatica [Pa]');
296 disp([ etapas_num pt_etapas(:,1) p_etapas(:,1)]);
297 disp('Temperaturas');
298 disp('      Etapa  T_total [K]  T_estatica [K]');
299 disp([ etapas_num Tt_etapas(:,1) T_etapas(:,1)]);
300 disp('Densidades');
301 disp('      Etapa  D_total [K]  D_estatica [K]');
302 disp([ etapas_num rho_t_etapas(:,1) rho_etapas(:,1)]);
303 fprintf('Presion total salida etapa 1      : %6.2f Pa\n',
        pt_etapas(2,1));
304 fprintf('Presion estatica salida etapa 1    : %6.2f Pa\n',
        p_etapas(2,1));
305 fprintf('Temperatura total salida etapa 1   : %6.2f K\n',
        Tt_etapas(2,1));
306 fprintf('Temperatura estatica salida etapa 1: %6.2f K\n',
        T_etapas(2,1));
307 fprintf('Relacion de Presion en la primera etapa: %6.2f\n',
        pi_etapas(1,1));
308 fprintf('Relacion de Temperatura en la primera etapa: %6.2f\n',
        Tt_etapas(2,1)/Tt_etapas(1,1));

```

B.2. Función para el cálculo de los parámetros de los modelos empíricos de Aungier (Aungier, 2003)

```

1 function [theta, inc, dev, kappa1, kappa2, stg_angle] = ...
2     cascade_exp_param(beta_1_deg, beta_2_deg, sigma, tb_c,
3         Ksh)
4     n = 0.025*sigma - 0.06 - (beta_1_deg/90)^(1 + 1.2*sigma)
5         /(1.5 + 0.43*sigma);
6     p = 0.914 + sigma^3/160;
7     i_r_zc = beta_1_deg^p/(5 + 46*exp(-2.3*sigma)) - 0.1*sigma
8         ^3*exp((beta_1_deg - 70)/4);
9     x = beta_1_deg/100;
10    b = 0.9625 - 0.17*x - 0.85*x^3;
11    m_10 = 0.249 + 0.074*x - 0.132*x^2 + 0.316*x^3;
12    m = m_10/sigma^b;

```

```

10     d_r_zc = 0.01*sigma*beta_1_deg + (0.74*sigma^1.9 + 3*sigma)
        *(beta_1_deg/90)^(1.67 + 1.09*sigma);
11     q = 0.28/(0.1 + tb_c^0.3);
12     Kti = (10*tb_c)^q;
13     Ktd = 6.25*tb_c + 37.5*tb_c^2;
14     theta = (1 + n - m)^-1*((beta_1_deg - beta_2_deg) - Ksh*(
        Kti*i_r_zc - Ktd*d_r_zc));
15     inc = Ksh*Kti*i_r_zc + n*theta;
16     dev = Ksh*Ktd*d_r_zc + m*theta;
17     kappa1 = beta_1_deg - inc;
18     kappa2 = beta_2_deg - dev;
19     stg_angle = beta_1_deg - theta/2 - inc;
20 end

```

B.3. Programa para el cálculo de la geometría del álabe rotor y estator de la primera etapa del compresor axial

```

1  % Reynolds:
2  Rec_R = 330000;
3  Rec_S = 250000;
4  % Factor de Difusion:
5  DF_recomendado = 0.46;
6  DF_critico = 0.5;
7  %% Grado de reaccion para una linea media
8  r_rm_min = r(1,3)/r(1,2);
9  r_rm_max = r(1,1)/r(1,2);
10 r_rm = linspace(r_rm_min,r_rm_max,15);
11 GRm(1,1) = 0.50;
12 GRm(2,1) = 0.60;
13 GRm(3,1) = 0.70;
14 GRm(4,1) = GR(1,1);
15 GRm(5,1) = 0.90;
16 for i = 1:length(GRm)
17     R_r(:,i) = 1 - (1 - GRm(i,1))./r_rm.^2;
18 end
19 figure(1); clf;
20 plot(R_r(:,1),r_rm,'-.','MarkerSize',3); hold all;
21 plot(R_r(:,2),r_rm,'-.','MarkerSize',3);
22 plot(R_r(:,3),r_rm,'-.','MarkerSize',3);
23 plot(R_r(:,4),r_rm,'o-','MarkerSize',3);
24 plot(R_r(:,5),r_rm,'-.','MarkerSize',3);

```

```

25 plot((0:0.1:1),r_rm_min*ones(length((0:0.1:1)),1),'k--');
26 plot((0:0.1:1),1*ones(length((0:0.1:1)),1),'k--');
27 plot((0:0.1:1),r_rm_max*ones(length((0:0.1:1)),1),'k--');
28 title({'R_{(r)} para diversos R_m'});
29 xlabel('R');
30 ylabel('Relacion r/r_m');
31 legend('R_m = 50 %','R_m = 60 %','R_m = 70 %','R_m = 78 %','R_m
    = 90 %','Location','northwest');
32 txt1 = 'r_{h,1}';
33 txt2 = 'r_{m}';
34 txt3 = 'r_{t,1}';
35 text(0.9,0.72,txt1);
36 text(0.33,1.05,txt2);
37 text(0.33,1.30,txt3);
38 axis([0 1 0.6 1.4]);
39 % Distribucion de Ctheta:
40 aa = 2*U(1,1,2)*r(1,2)*(1-GR(1,1));
41 radio_1(:,1) = linspace(r_h_etapas(1,1),r_t_etapas(1,1),15);
42 Ctheta = aa./radio_1;
43 figure(2); clf;
44 plot(Ctheta,radio_1*100,'o-','MarkerSize',5); hold all;
45 plot((50:Ctheta(end,1)),(r(1,1)*100)*ones(length((50:Ctheta(end
    ,1))),1),'k--');
46 plot((50:Ctheta(8,1)),(r(1,2)*100)*ones(length((50:Ctheta(8,1))
    ),1),'k--');
47 plot((50:Ctheta(1,1)),(r(1,3)*100)*ones(length((50:Ctheta(1,1))
    ),1),'k--');
48 title({'C_{\theta,2}_{(r)} utilizando el diseno de vortice
    libre'});
49 xlabel('C_{\theta,2} [m/s]');
50 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
51 txt1 = 'r_{t,1}';
52 txt2 = 'r_{m,1}';
53 txt3 = 'r_{t,1}';
54 text(65,28.5,txt1);
55 text(65,21.5,txt2);
56 text(65,15,txt3);
57 axis([60 180 10 30]);
58 %% Alabe rotor:
59 % Longitud de cuerda
60 cuerda(1,1) = (ceil(1000*(Rec_R*(mu_aei/rho_aei)/w(1,1,2)))
    /1000);
61 % Espaciamiento entre alabes

```

```

62 s(1,1) = cuerda(1,1)/sigma(1,1);
63 % Numero de alabes:
64 N_alabes(1,1) = ceil(2*pi*r(1,2)/s(1,1));
65 fprintf('N_alabes_rotor: %6.0f\n',N_alabes(1,1));
66 %% Alabe estator:
67 % Longitud de cuerda
68 cuerda(2,1) = (ceil(100*(Rec_S*(mu_aei/rho_aei)/c(2,1,2)))/100)
    ;
69 % Espaciamiento entre alabes
70 s(2,1) = cuerda(2,1)/sigma(2,1);
71 % Numero de alabes:
72 N_alabes(2,1) = ceil(2*pi*r(1,2)/s(2,1));
73 fprintf('N_alabes_estator: %6.0f\n',N_alabes(2,1));
74 %% Calculos en cada radio de la 1era etapa
75 GRm_varios = [0.75 GR(1,1) 0.80];
76 r_h_estator_1 = 0.1416629;    % r inferior obtenido por
    interpolacion logaritmica
77 r_t_estator_1 = 0.2613056;    % r superior obtenido por
    interpolacion logaritmica
78 radio_2(:,1) = linspace(r_h_estator_1,r_t_estator_1,15);
79 % Constantes geometria alabe rotor transonico: DCA
80 tb_c_rotor_min = 0.03;
81 tb_c_rotor_max = 0.1;
82 tb_c_rotor = linspace(tb_c_rotor_max,tb_c_rotor_min,length(
    radio_1))';
83 % Constantes Lieblein - angulo de incidencia
84 Ksh_rotor = 0.7; % para perfiles de doble arco circular;
85 % Constantes geometria alabe estator transonico: DCA
86 tb_c_stator_min = 0.05;
87 tb_c_stator_max = 0.05;
88 tb_c_stator = linspace(tb_c_stator_min,tb_c_stator_max,length(
    radio_2))';
89 % Constantes Lieblein - angulo de incidencia
90 Ksh_stator = 0.7; % para perfiles de doble arco circular;
91 % Variacion de la cuerda del alabe rotor a lo largo de su
    envergadura:
92 cuerda_rot_r_inf = 0.10;
93 cuerda_rot_r_sup = 0.09;
94 cuerda_rot_r = linspace(cuerda_rot_r_inf,cuerda_rot_r_sup,
    length(radio_1))';
95 cuerda_rot_r = [cuerda_rot_r cuerda_rot_r cuerda_rot_r];
96 % Variacion de la cuerda del alabe rotor a lo largo de su
    envergadura:

```

```

97 cuerda_est_r_inf = 0.09;
98 cuerda_est_r_sup = 0.12;
99 cuerda_est_r = linspace(cuerda_est_r_inf,cuerda_est_r_sup,
    length(radio_2))';
100 cuerda_est_r = [cuerda_est_r cuerda_est_r cuerda_est_r];
101 % Calculos para el rotor de la 1era etapa:
102 for j = 1:length(GRm_varios)
103     for i = 1:length(radio_1)
104         U_r(i,j) = U(1,1,1)*(radio_1(i,1)/r(1,1));
105         w_1_r(i,j) = sqrt(U_r(i,j)^2 + c(1,2,2)^2);
106         c_1_r(i,j) = c(1,2,2);
107         M_w_1_r(i,j) = w_1_r(i,j)/a(1,1);
108         phi_r(i,j) = c(1,2,2)/U_r(i,j);
109         beta_1_r_rad(i,j) = atan(1/phi_r(i,j));
110         beta_1_r_deg(i,j) = beta_1_r_rad(i,j)*(180/pi);
111         GR_r(i,j) = 1 - (1 - GRm_varios(j))/(radio_1(i,1)/r
            (1,2))^2;
112         beta_2_r_rad(i,j) = atan(2*GR_r(i,j)/phi_r(i,j) - tan(
            beta_1_r_rad(i,j)));
113         beta_2_r_deg(i,j) = beta_2_r_rad(i,j)*(180/pi);
114         wtheta_1_r(i,j) = U_r(i,j);
115         ctheta_1_r(i,j) = 0;
116         w_2_r(i,j) = c(2,2,2)/cos(beta_2_r_rad(i,j));
117         wtheta_2_r(i,j) = 2*U_r(i,j)*GR_r(i,j) - wtheta_1_r(i,j
            );
118         ctheta_2_r(i,j) = U_r(i,j) - wtheta_2_r(i,j);
119         c_2_r(i,j) = sqrt(ctheta_2_r(i,j)^2 + c(2,2,2)^2);
120         Tt_2_r(1,1) = T(1,1) + U_r(i,j)*c(1,2,2)*(tan(
            beta_1_r_rad(i,j)) - tan(beta_2_r_rad(i,j)))/Cp;
121         T_2_r(i,j) = Tt_2_r(1,1) - c_2_r(i,j)^2/(2*Cp);
122         a_2_r(i,j) = sqrt((gama - 1)*Cp(1,1)*T_2_r(i,j));
123         M_c_2_r(i,j) = c_2_r(i,j)/a_2_r(i,j);
124         alfa_2_r_rad(i,j) = asin(ctheta_2_r(i,j)/c_2_r(i,j));
125         alfa_2_r_deg(i,j) = alfa_2_r_rad(i,j)*(180/pi);
126         alfa_3_r_rad(i,j) = alpha(1,2,1);
127         alfa_3_r_deg(i,j) = alfa_3_r_rad(i,j)*(180/pi);
128         AR_rotor(i,j) = (radio_1(end,1) - radio_1(1,1))/
            cuerda_rot_r(i,j);
129         Rec_rotor_r(i,j) = w_1_r(i,j)*cuerda_rot_r(i,j)/(mu_aei
            /rho_aei);
130         Rec_estator_r(i,j) = c_2_r(i,j)*cuerda_est_r(i,j)/(
            mu_aei/rho_aei);

```

```

131     sigma_R_r(i,j) = cuerda_rot_r(i,j)*N_alabes(1,1)/(2*pi*
        radio_1(i,1));
132     sigma_S_r(i,j) = cuerda_est_r(i,j)*N_alabes(2,1)/(2*pi*
        radio_2(i,1));
133     DF_R_r(i,j) = 1 - w_2_r(i,j)/w_1_r(i,j) + abs(
        wtheta_2_r(i,j) - wtheta_1_r(i,j))/(2*sigma_R_r(i,j)*
        w_1_r(i,j));
134     DF_S_r(i,j) = 1 - c_2_r(i,j)/c_1_r(i,j) + abs(
        ctheta_2_r(i,j) - ctheta_1_r(i,j))/(2*sigma_S_r(i,j)*
        c_1_r(i,j));
135     % Datos estimados de ec experimentales (Aungier):
136     % Rotor
137     [theta_rotor(i,j), inc_rotor(i,j), dev_rotor(i,j),
        kappa1_rotor(i,j), kappa2_rotor(i,j), stagger_rotor(i
        ,j)] = ...
138         cascade_exp_param(beta_1_r_deg(i,j),
            beta_2_r_deg(i,j), sigma_R_r(i,j),
            tb_c_rotor(i,1), Ksh_rotor);
139     cuerda_axial_rotor(i,j) = cuerda_rot_r(i,j)*cosd(
        stagger_rotor(i,j));
140     % Estator
141     [theta_stator(i,j), inc_stator(i,j), dev_stator(i,j),
        kappa1_stator(i,j), kappa2_stator(i,j),
        stagger_stator(i,j)] = ...
142         cascade_exp_param(alfa_2_r_deg(i,j),
            alfa_3_r_deg(i,j), sigma_S_r(i,j),
            tb_c_stator(i,1), Ksh_stator);
143     cuerda_axial_stator(i,j) = cuerda_est_r(i,j)*cosd(
        stagger_stator(i,j));
144     end
145 end
146 %%
147 figure(3); clf;
148 plot(Rec_rotor_r(:,2),radio_1(:,1)*100,'o-');
149 title('Numero de Reynolds a lo largo de la altura del alabe
        rotor');
150 xlabel('Re');
151 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
152 axis([2.0e5 4.5e5 10 30]);
153 figure(4); clf;
154 plot(DF_R_r(:,2),radio_1*100,'o-','MarkerSize',5); hold all;
155 plot(DF_R_r(:,1),radio_1*100,'--','MarkerSize',5); hold all;
156 plot(DF_R_r(:,3),radio_1*100,'--','MarkerSize',5); hold all;

```



```

157 plot(DF_recomendado*ones(length(radio_1),1),linspace(0.1,0.3,
    length(radio_1))*100,'-m','Linewidth',0.2);
158 plot(DF_critico*ones(length(radio_1),1),linspace(0.1,0.3,length
    (radio_1))*100,'-r','Linewidth',0.2);
159 plot((0.15:0.01:DF_R_r(end,1)),radio_1(end,1)*100*ones(length
    ((0.15:0.01:DF_R_r(end,1))),1),'k--');
160 plot((0.15:0.01:DF_R_r(8,1)),radio_1(8,1)*100*ones(length
    ((0.15:0.01:DF_R_r(8,1))),1),'k--');
161 plot((0.15:0.01:DF_R_r(1,1)),radio_1(1,1)*100*ones(length
    ((0.15:0.01:DF_R_r(1,1))),1),'k--');
162 title({'Factor de difusion en el alabe rotor para diversos R_m'
    });
163 xlabel('DF');
164 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
165 legend('R_m = 78 %','R_m = 75 %','R_m = 80 %','DF_{recomendado}
    ','DF_{critico}');
166 txt1 = 'r_{t,1}';
167 txt2 = 'r_{m,1}';
168 txt3 = 'r_{t,1}';
169 text(0.26,28.5,txt1);
170 text(0.26,21.5,txt2);
171 text(0.26,15,txt3);
172 axis([0.25 0.6 10 30]);
173 figure(5); clf;
174 plot(cuerda_axial_rotor(:,2)*100/2,radio_1*100,'b'); hold on;
175 plot(-cuerda_axial_rotor(:,2)*100/2,radio_1*100,'b');
176 plot([-cuerda_axial_rotor(1,2)*100/2 cuerda_axial_rotor(1,2)
    *100/2],[radio_1(1,1) radio_1(1,1)]*100,'b');
177 plot([-cuerda_axial_rotor(end,2)*100/2 cuerda_axial_rotor(end
    ,2)*100/2],[radio_1(end,1) radio_1(end,1)]*100,'b');
178 title({'Variacion la cuerda a lo largo de la altura del alabe',
    'para diseno libre de vortice'});
179 xlabel('cuerda [cm]');
180 ylabel('radio [cm]');
181 axis([-20 20 10 30]);
182 figure(6); clf;
183 plot(sigma_R_r(:,2),radio_1*100,'o-'); hold on;
184 plot((0.4:0.01:sigma_R_r(end,1)),(radio_1(end,1)*100)*ones(
    length((0.4:0.01:sigma_R_r(end,1))),1),'k--');
185 plot((0.4:0.01:sigma_R_r(8,1)),(radio_1(8,1)*100)*ones(length
    ((0.4:0.01:sigma_R_r(8,1))),1),'k--');
186 plot((0.4:0.01:sigma_R_r(1,1)),(radio_1(1,1)*100)*ones(length
    ((0.4:0.01:sigma_R_r(1,1))),1),'k--');

```

```

187 title({'Variacion la solidez a lo largo de la altura del alabe
      rotor','para disen0 libre de vortice'});
188 xlabel('\sigma','FontSize',15);
189 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
190 txt1 = 'r_{t,1}';
191 txt2 = 'r_{m,1}';
192 txt3 = 'r_{t,1}';
193 text(0.65,28.5,txt1);
194 text(0.65,21.5,txt2);
195 text(0.65,15,txt3);
196 axis([0.6 2.6 10 30]);
197 set(gca,'xtick',(0.6:0.2:2.6));
198 figure(7); clf;
199 plot(M_w_1_r(:,2),radio_1*100,'o-');
200 title({'Numero de Mach correspondiente a la velocidad','
      relativa de entrada al alabe rotor'});
201 xlabel('M_{w,1}');
202 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
203 axis([0.6 1.3 10 30]);
204 figure(8); clf;
205 plot(theta_rotor(:,2),radio_1(:,1)*100,'o-');
206 title('angulo de curvatura del alabe rotor');
207 xlabel('\theta');
208 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
209 axis([10 60 10 30]);
210 figure(9); clf;
211 plot(inc_rotor(:,2),radio_1(:,1)*100,'o-');
212 title('angulo de incidencia del alabe rotor');
213 xlabel('i^*');
214 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
215 axis([-5 5 10 30]);
216 figure(10); clf;
217 plot(dev_rotor(:,2),radio_1(:,1)*100,'o-');
218 title('angulo de desviacion del alabe rotor');
219 xlabel('\delta');
220 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
221 axis([5 10 10 30]);
222 figure(11); clf;
223 plot(stagger_rotor(:,2),radio_1(:,1)*100,'o-');
224 title('angulo de calado del alabe rotor');
225 xlabel('\xi');
226 ylabel('r_{rotor,1} [cm]');
227 axis([10 70 10 30]);

```

```

228 figure(12); clf;
229 plot(cuerda_axial_stator(:,2)*100/2,radio_2*100,'b'); hold on;
230 plot(-cuerda_axial_stator(:,2)*100/2,radio_2*100,'b');
231 plot([-cuerda_axial_stator(1,2)*100/2 cuerda_axial_stator(1,2)
      *100/2],[radio_2(1,1) radio_2(1,1)]*100,'b');
232 plot([-cuerda_axial_stator(end,2)*100/2 cuerda_axial_stator(end
      ,2)*100/2],[radio_2(end,1) radio_2(end,1)]*100,'b');
233 xlabel('cuerda [cm]');
234 ylabel('radio [cm]');
235 axis([-20 20 10 30]);
236 dz_r = cuerda_axial_rotor(1,2)*100/2;
237 figure(13); clf;
238 plot(cuerda_axial_rotor(:,2)*100/2 + dz_r,radio_1*100,'b');
      hold on;
239 plot(-cuerda_axial_rotor(:,2)*100/2 + dz_r,radio_1*100,'b');
240 plot([-cuerda_axial_rotor(1,2)*100/2 cuerda_axial_rotor(1,2)
      *100/2] + dz_r,[radio_1(1,1) radio_1(1,1)]*100,'b');
241 plot([-cuerda_axial_rotor(end,2)*100/2 cuerda_axial_rotor(end
      ,2)*100/2] + dz_r,[radio_1(end,1) radio_1(end,1)]*100,'b');
242 dz_s = cuerda_axial_stator(8,2)*100/2 + cuerda_axial_rotor(8,2)
      *100/2;
243 porcentaje_juego_axial = 0.25;
244 juego_axial = porcentaje_juego_axial*cuerda_axial_stator(8,2)
      *100;
245 desp = dz_r + dz_s + juego_axial;
246 plot(cuerda_axial_stator(:,2)*100/2 + desp,radio_2*100,'r');
      hold on;
247 plot(-cuerda_axial_stator(:,2)*100/2 + desp,radio_2*100,'r');
248 plot([-cuerda_axial_stator(1,2)*100/2 cuerda_axial_stator(1,2)
      *100/2] + desp,[radio_2(1,1) radio_2(1,1)]*100,'r');
249 plot([-cuerda_axial_stator(end,2)*100/2 cuerda_axial_stator(end
      ,2)*100/2] + desp,[radio_2(end,1) radio_2(end,1)]*100,'r');
250 xlabel('cuerda [cm]');
251 ylabel('radio [cm]');
252 axis([-20 40 10 30]);
253 figure(14); clf;
254 plot(Rec_estator_r(:,2),radio_2(:,1)*100,'o-');
255 title('Numero de Reynolds a lo largo de la altura del alabe
      estator');
256 xlabel('Re');
257 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
258 axis([2.2e5 2.8e5 10 30]);
259 figure(15); clf;

```

```

260 plot(DF_S_r(:,2),radio_2*100,'o-','MarkerSize',5); hold all;
261 plot(DF_recomendado*ones(length(radio_2),1),linspace(0.1,0.3,
    length(radio_2))*100,'-m','Linewidth',0.2);
262 plot(DF_critico*ones(length(radio_2),1),linspace(0.1,0.3,length
    (radio_2))*100,'-r','Linewidth',0.2);
263 title({'Factor de difusion en el pasaje estator'});
264 xlabel('DF');
265 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
266 axis([-0.15 0.15 10 30]);
267 figure(16); clf;
268 plot(M_c_2_r(:,2),radio_2*100,'o-');
269 title({'Numero de Mach correspondiente a la velocidad','
    relativa de entrada al alabe estator'});
270 xlabel('M_{c,2}');
271 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
272 axis([0.50 0.75 10 30]);
273 set(gca,'xtick',(0.50:0.05:0.75));
274 figure(17); clf;
275 plot(theta_stator(:,2),radio_2(:,1)*100,'o-');
276 title('angulo de curvatura del alabe estator');
277 xlabel('\theta');
278 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
279 axis([30 70 10 30]);
280 figure(18); clf;
281 plot(inc_stator(:,2),radio_2(:,1)*100,'o-');
282 title('angulo de incidencia del alabe estator');
283 xlabel('i^*');
284 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
285 axis([-4 0 10 30]);
286 figure(19); clf;
287 plot(dev_stator(:,2),radio_2(:,1)*100,'o-');
288 title('angulo de desviacion del alabe estator');
289 xlabel('\delta');
290 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
291 axis([7 15 10 30]);
292 figure(20); clf;
293 plot(stagger_stator(:,2),radio_2(:,1)*100,'o-');
294 title('angulo de calado del alabe estator');
295 xlabel('\xi');
296 ylabel('r_{estator,1} [cm]');
297 axis([8 20 10 30]);
298 %%
299 item = (1:15)';

```

```

300 disp('item radio_2 theta_rotor tb_c_rotor cuerda_rot_r
      stagger_rotor cuerda_axial_rotor tb_c*cuerda');
301 disp([item (radio_1(:,1))*100 theta_rotor(:,2) tb_c_rotor(:,1)
      ...
302 cuerda_rot_r(:,1)*100 stagger_rotor(:,2) cuerda_axial_rotor
      (:,2)*100 tb_c_rotor(:,1).*cuerda_rot_r(:,1)*100]);
303 disp('item radio_2 theta_stator tb_c_stator cuerda_est_r
      stagger_stator cuerda_axial_stator tb_c*cuerda');
304 disp([item (radio_2(:,1))*100 theta_stator(:,2) tb_c_stator
      (:,1)...
305 cuerda_est_r(:,1)*100 stagger_stator(:,2) cuerda_axial_stator
      (:,2)*100 tb_c_stator(:,1).*cuerda_est_r(:,1)*100]);
306 extremo_rotor_inferior = (cuerda_axial_rotor(1,2)*100/2 + dz_r)
      ;
307 extremo_stator_superior = (-cuerda_axial_stator(end,2)*100/2 +
      desp);
308 fprintf('Extremo_rotor_inferior = %6.4f cm \n',
      extremo_rotor_inferior);
309 fprintf('Extremo_stator_superior = %6.4f cm \n',
      extremo_stator_superior);
310 if extremo_rotor_inferior < extremo_stator_superior
311     fprintf('No_existe_interferencia_Separacion = %6.4f mm \n'
      ,(extremo_stator_superior - extremo_rotor_inferior)*10);
312 else
313     disp('Existe interferencia');
314 end
315 fprintf('Cuerda_axial_medio_rotor1 = %6.4f mm \n',
      cuerda_axial_rotor(8,2)*1000);
316 fprintf('Cuerda_axial_medio_stator1 = %6.4f mm \n',
      cuerda_axial_stator(8,2)*1000);
317 fprintf('porcentaje_juego_axial = %6.4f \n',
      porcentaje_juego_axial);
318 fprintf('Juego_axial1 = %6.4f mm \n', juego_axial*10);

```

Apéndice C

Documento de autorización de uso de software ANSYS en las instalaciones de la Pontificia Universidad Católica del Perú

Lima, 04 de septiembre de 2017

Sr.

Jimmy Mendoza Montalvo

Tesista - E. P. Ingeniería Mecánica de Fluidos

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Asunto: Uso de Software ANSYS CFD en Laboratorio del INACOM

Estimado Sr:

Por medio de la presente se le autoriza a utilizar el software ANSYS CFD instalado en el Laboratorio del INACOM (Grupo de Investigación Asistida por Computadora) para el desarrollo de su tesis titulada "*Cálculo Aerodinámico y Simulación Fluidodinámica de un Álabes de Compresor Axial para un Turborreactor*" y trabajos de investigación en que colaborarán la UNMSM y la PUCP.

Un cordial saludo.



Quino M. Valverde Guzmán, Dr. Ing.
Profesor Principal
Grupo INACOM
Sección Ingeniería Mecánica
Pontificia Universidad Católica del Perú
Teléfono: (+51-1) 6262000 Anexo 4875
Email: qvalver@pucp.edu.pe

